

## مجذور کای

هنگامی که نمونه بین دسته های گسسته ای پخش شده باشد مثلاً گیاهان بلند و کوتاه قد پخش مربع کای به دفعات استفاده می شود، فرمول تبدیل داده های آزمایشگاهی دسته بندی شده به مقدار مربع کای به صورت زیر است:

$$X^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$$

که در آن  $X$  حرف یونانی کای است،  $O$  عدد های مشاهده شده برای یک دسته،  $E$  اعداد مورد انتظار برای

آن دسته است و  $\sum$  به معنی عملیات جمع بین همه ی دسته هاست.

مقدار 0/06 برای مربع کای برای داده های مندل براساس نسبت 3:1 در جدول 1 محاسبه شده است

	Tall Plants	Dwarf Plants	Total
Observed Numbers (O)	787	277	1,064
Expected Ratio	3/4	1/4	
Expected Numbers (E)	798	266	1,064
$O - E$	-11	11	
$(O - E)^2$	121	121	
$(O - E)^2/E$	0.15	0.45	0.60 = $\chi^2$

تجزیه مربع کای برای یکی از آزمایشهای مندل با فرض نسبت 3:1

اگر مندل نسبت 1:1 را در نظر می گرفت مربع کای حاصل از داده های او برابر 244/45 می شد ( جدول 2 )

	Tall Plants	Dwarf Plants	Total
Observed Numbers ( <i>O</i> )	787	277	1,064
Expected Ratio	1/2	1/2	
Expected Numbers ( <i>E</i> )	532	532	1,064
<i>O</i> - <i>E</i>	255	-255	
$(O - E)^2$	65,025	65,025	
$(O - E)^2/E$	122.23	122.23	244.45 = $\chi^2$

تجزیه ی مربع کای برای یکی از آزمایش های مندل با فرض نسبت 1:1

اما این مقادیر مربع کای به تنهایی معنی زیادی ندارند: آن ها احتمال نیستند. مقادیر مربع کای باید با تعیین

اینکه نسبت به سطح زیر نمودار پخش مربع کای کجا قرار می گیرند به احتمال تبدیل شوند ما معمولاً یک جدول

مربع کاوی مانند در جدول 3 را مورد استفاده قرار می دهیم که در آن این احتمال ها قبلاً محاسبه شده قبل از اینکه

ما بتوانیم از این جدول استفاده کنیم باید مفهوم درجه ی آزادی را تعریف کنیم. (جدول 3)

Degrees of Freedom	Probabilities						
	0.99	0.95	0.80	0.50	0.20	0.05	0.01
1	0.000	0.004	0.064	0.455	1.642	3.841	6.635
2	0.020	0.103	0.446	1.386	3.219	5.991	9.210
3	0.115	0.352	1.005	2.366	4.642	7.815	11.345
4	0.297	0.711	1.649	3.357	5.989	9.488	13.277
5	0.554	1.145	2.343	4.351	7.289	11.070	15.086
6	0.872	1.635	3.070	5.348	8.558	12.592	16.812
7	1.239	2.167	3.822	6.346	9.803	14.067	18.475
8	1.646	2.733	4.594	7.344	11.030	15.507	20.090
9	2.088	3.325	5.380	8.343	12.242	16.919	21.666
10	2.558	3.940	6.179	9.342	13.442	18.307	23.209
15	5.229	7.261	10.307	14.339	19.311	24.996	30.578
20	8.260	10.851	14.578	19.337	25.038	31.410	37.566
25	11.524	14.611	18.940	24.337	30.675	37.652	44.314
30	14.953	18.493	23.364	29.336	36.250	43.773	50.892

مقادیر مربع کای

آزمایش دوباره فرمول مربع کای و جدول های 1 و 2 نشان می دهد که هر دسته مشارکتی در مقدار مربع کای کل دارد چون مربع کای یک مقدار مجموع است ما انتظار داریم که مقدار کل آن با افزایش تعداد دسته ها افزایش یابد این بدان معناست که تعداد دسته های بیشتر مقدار مربع کای بیشتری را نتیجه می دهد حتی اگر نمونه ی ما به خوبی با نسبت فرض شده تناسب داشته باشد بنابراین ما باید راهی برای نشان دادن دسته ها پیدا کنیم و این کار با درجه ی آزادی انجام می شود که پایه ی آن یک شمارش از دسته های مستقل است. در داده ها مندل تعداد کل 1064 است که از آن ها 787 تا ساقه ی بلند دارند پس گروه دارای ساقه های کوتاه باید شامل 277 گیاه باشد و یک دسته ی مستقل نیست. برای اهداف ما در این جا درجه آزادی برابر تعداد دسته ها منهای یک است بنابراین با دو دسته فنوتیپ یک درجه آزادی داریم.

جدول 3، جدول احتمالات مربع کای به این صورت خوانده می شود. درجه های آزادی در ستون سمت چپ خوانده می شود ما به ردیف اول توجه می کنیم که در آن درجه ی آزادی برابر یک است عددهای بالای جدول احتمالها هستند. ما به ستون قبل از آخر توجه می کنیم که عدد 0/05 در بالای آن قرار دارد. بنابراین این اطلاعات را از جدول به دست می آوریم: اگر مربع کای 3/841 یا بیشتر باشد احتمال درست بودن فرض 0/05 است اگر ما این عبارت را بسنجیم پی می بریم که یک صورت از همان چیزی که در بحث پخش فراوانی گفتیم. ما می خواهیم بدانیم که مربع کای چقدر باید بزرگ باشد تا مربوط به 0/05 غیر قابل قبول سطح زیر نمودار شود برای آزمایش مندل روی گیاهان مربع کای بحرانی ( در  $p = 0/05$  و با یک درجه آزادی، برابر 3/841 است این مقداری است که ما مقادیر مربع کای محاسبه شده را با آن مقایسه می کنیم ( مثلاً 0/6 و 244/45 را) از آن جایی که مربع کای مربوط به نسبت 3:1 برابر 0/6 است که از مقدار بحرانی 3/841 کمتر است نمی توانیم فرضیه ی مربوط به نسبت 3:1 را رد

کنیم اما از آن جایی که  $X^2$  برای نسبت 1:1 برابر 244/45 است از مقدار بحرانی بزرگتر است فرضیه ی مربوط به

نسبت 1:1 را رد می کنیم. اما توجه کنید که یک بار تست مربع کای را برای نسبت 3:1 انجام دادیم و نتوانستیم

این فرضیه را رد کنیم تست آماری دیگری لازم نیست : داده های مندل با نسبت 3:1 سازگار است.

یک اخطار برای وقتی که از مربع کای استفاده می کنیم: اگر عدد مورد انتظار در هر دسته ای کمتر از 5 باشد

برداشت ما قابل اعتماد نیست در آن مورد آزمایش می تواند تکرار شود تا یک اندازه ی نمونه ی بزرگتر بدست آید

یا دسته ها با هم ترکیب شوند توجه کنید که تست مربع کای همیشه برای همه ی اعداد انجام می شود نه نسبت ها

و درصد ها.

