عدم وجود جهش یا مهاجرت

فراوانی ژنوتیپ ها یا الل ها به دلیل کاهش یا اضافه شدن الل ها طی جهش یا مهاجرت (مهاجرت به درون یا مهاجرت به بیرون) افراد از جمعیت یا به درون جمعیت دستخوش تغییر می شود فرض سوم و چهارم تعادل $Hardy-weinberg$ مربوط به عدم وجود کاهش یا افزایش فراوانی الل ها در جمعیت به دلیل جهش یا مهاجرت است.

عدم وجود انتخاب طبیعی:

فرض نهایی که برای برقراری تعادل $Hardy-weinberg$ لازم است عدم وجود انتخاب طبیعی می باشد به این مفهوم که هیچ فردی به دلیل ژنوتیپش بر دیگران برتری تولید مثلی ندارد.

(انتخاب مصنوعی، مانند کاری که توسط پرورش دهندگان حیوانات و گیاهان انجام می شود نیز موجب به هم خوردن تعادل $Hardy-weinberg$ می شود.)

به طور خلاصه می توان گفت که تعادل $Hardy-weinberg$ در یک جمعیت بینهایت بزرگ که دارای تولید مثل تصادفی است و در آن جهش، مهاجرت و انتخاب طبیعی رخ نمی دهد، برقرار است. با در نظر گرفتن این فرض ها اینگونه به نظر میرسد که این تعادل از خصوصیات جمعیت های طبیعی نیست. به هر حال این موضوع مورد نظر ما نیست تعادل $Hardy-weinberg$ به 2 دلیل برای جمعیت های طبیعی شبیه سازی می شود.

1. نتیجه نقض کردن برخی از مفروضات، مثل عدم وجود جهش و بزرگ بودن اندازه جمعیت، ناچیز است. برای مثال نرخ رخ دادن جهش به اندازه 1 تغییر برای هر لوکوس در هر نسل برای

هر 10^5 گامت است در نتیجه در حقیقت تاثیر جهش در هر نسل غیر قابل اندازه گیری است. همچنین لازم نیست اندازه یک جمعیت بینهایت باشد تا به عنوان یک جمعیت بزرگ رفتار کند.

همان گونه که بعداً خواهیم دید که جمعیت نسبتاً کوچک نیز می توان تقریباً تعادل $Hardy-weinberg$ را نشان دهد. به بیانی دیگر انحرافات کم از فرض های دیگر می تواند به برقراری تعادل کمک کند .

2. تعادل $Hardy-weinberg$ به مقدار زیادی در برابر تغییرات حالت برگشت پذیر دارد. به این معنی که بدون در نظر گرفتن بر هم خوردن تعادل با گذشت یک نسل و وجود آمیزش تصادفی تعادل دوباره برقرار می شود و تعادل جدید دارای فراوانی های اللی متفاوتی نیست به تعادل قبل خواهد بود – تعادل $Hardy-weinberg$ به فراوانی اللی قبلی باز نمی گردد.

proof of Hardy – weinberg Equilibrium

تعادل $Hardy-weinberg$ دارای 3 خصوصیات زیر است:

1. 1 فراوانی اللی از نسلی به نسل دیگر بدون تغییر باقی می ماند.
2. فراوانی اللی تعیین کننده فراوانی ژنوتیپ ها است.
3. تعادل طی یک نسل با آمیزش تصادفی حاصل می شود.

روی خصوصیت دوم متمرکز می شویم. در جمعیتی از افراد که الل های a, A را در لوکوس A از هم تفکیک می کنند هر فرد دارای یکی از 3 ژنوتیپ Aa, aa یا AA خواهد بود. اگر $q = f(a), p = f(A)$ باشد

فراوانی ژنوتیپ ها در نسل بعد قابل پیش بینی خواهد بود. اگر تمام فرضیات تعادل $Hardy - weinberg$ برقرار باشند. فراوانی هر یک از ژنوتیپ ها معادل با احتمال جفت شدن تصادفی 2 گامت ازخزانه ژنتیکی است. خزانه ژنتیکی به عنوان مجموعه تمام الل های تمام اعضا آمیزش کننده یک جمعیت تعریف می شود که گامت ها از آن حاصل می شوند.

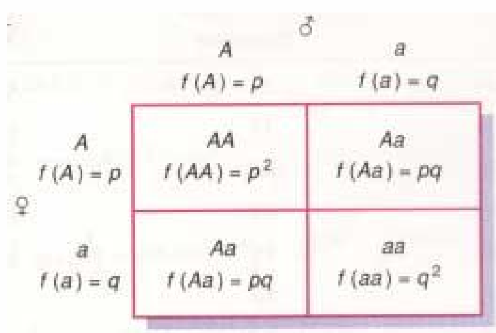
بنابراین:

$$f\ (AA) = (P \times P) = P^2$$

$$f\ (Aa) = (P \times q) + (q \times p) = 2pq$$

$$f\ (aa) \equiv (qq) = q^2$$

نشان دهنده خصوصیت دوم تعادل $Hardy - weinberg$ است. (شکل)



هر 3 خصوصیت تعادل $Hardy - weinberg$ برای یک لوکوس دارای 2 الل، در یک جعیت بینهایت بزرگ که افراد آن دارای تولید مثل جنسی و آمیزش تصادفی هستند، با مشاهده فرزندان قابل اثبات است.

فراوانی اولیه 3 ژنوتیپ را به طور اختیاری انتخاب می کنیم به طوری که مجموع آن ها معادل 1 شود.

برای مثال نسبت های z, y, x را به ترتیب به ژنوتیپ های aa, Aa, AA نسبت می دهیم. نسبت بین زاده ها پس از یک نسل با وجود آمیزش تصادفی در جدول 1 نوشته شده است.

TABLE 19.1 Proportions of Offspring in a Randomly Mating Population Segregating the A and a Alleles at the A locus: $X = f(AA)$, $Y = f(Aa)$, and $Z = f(aa)$

Mating	Proportion	Offspring AA	Offspring Aa	Offspring aa
$AA \times AA$	X^2	X^2		
$AA \times Aa$	XY	$\frac{1}{2}XY$	$\frac{1}{2}XY$	
$AA \times aa$	XZ		XZ	
$Aa \times AA$	XY	$\frac{1}{2}XY$	$\frac{1}{2}XY$	
$Aa \times Aa$	Y^2	$\frac{1}{4}Y^2$	$\frac{1}{2}Y^2$	$\frac{1}{4}Y^2$
$Aa \times aa$	YZ		$\frac{1}{2}YZ$	$\frac{1}{2}YZ$
$aa \times AA$	XZ		XZ	
$aa \times Aa$	YZ		$\frac{1}{2}YZ$	$\frac{1}{2}YZ$
$aa \times aa$	Z^2			Z^2
Sum	$(X + Y + Z)^2$	$(X + \frac{1}{2}Y)^2$	$2(X + \frac{1}{2}Y)(Z + \frac{1}{2}Y)$	$(Z + \frac{1}{2}Y)^2$

برای مثال احتمال آمیزش فردی با ژنوتیپ AA با فرد دیگری با همین ژنوتیپ معادل $X \times X$ یا X^2 است و از آنجایی که تمام زاده های حاصل از این آمیزش AA خواهند بود عدد حاصل را زیر ستون AA مربوط زاده ها در جدول 1 می نویسیم.

پس از شمردن تمام آمیزش های ممکن زاده های مربوط به هر ژنوتیپ را جمع می کنیم. نسبت زاده های AA معادل با $x^2 + xy + \frac{1}{4}y^2$ خواهد بود که به صورت $\left(x + \frac{1}{2}y\right)^2$ نوشته می شود و یاد آور این مطلب است که فراوانی یک الل معادل است با مجموع فراوانی افراد هموزیگوت برای آن الل و نصف فراوانی افراد

هتروزیگوت.

از آنجایی که $x+\frac{1}{2}y$ برابر با فراوانی الل A است و $Y=f(Aa), X=f(AA)$ می باشد در نتیجه $\left(x+\frac{1}{2}y\right)^2$ برابر p^2 خواهد بود. در نتیجه پس از یک نسل با آمیزش تصادفی نسبت هموزیگوت های AA برابر p^2 خواهد بود.

به طور مشابه، فراوانی هموزیگوت های aa پس از یک نسل با آمیزش تصادفی برابر $z^2+yz+\frac{1}{2}y^2$ خواهد بود که به صورت $\left(z+\frac{1}{2}y\right)^2$ یا q^2 نوشته می شود.

فراوانی هتروزیگوت ها پس از جمع کردن فراوانی ها و فاکتورگیری (جدول **1**) برابر $2\left(x+\frac{1}{2}y\right)\left(z+\frac{1}{2}y\right)$ یا $2pq$ خواهد بود.

بنابراین پس از گذشت یک نسل با آمیزش تصادفی 3 ژنوتیپ AA, Aa, aa با نسبت های $p^2, 2pq, q^2$ وجود خواهند داشت.

در انتها به خصوصیت اول تعادل $Hardy-weinberg$ توجه می کنیم، فراوانی اللی از نسلی به نسل دیگر بدون تغییر باقی می ماند.

آیا فراوانی اللی از نسل اول به نسل بعد (والدین به فرزندان) تغییر کرده است؟

قبل از آمیزش تصادفی، فراوانی الل A، به صورت p نشان داده می شود، برابر است با:

$$f(A)=P=f(AA)+\frac{1}{2}f(Aa)=X+\frac{1}{2}Y$$

پس از آمیزش تصادفی فراوانی هموزیگوت های A برابر p^2 ، فراوانی هتروزیگوت ها برابر $2pq$ اسـت بنابراین فراوانی الل A ، مجموع فراوانی هموزیگوت های دارای الل A و نصف فراوانی هتروزیگوت هـا، معـادل است با:

$$f(A)=f(AA)+\frac{1}{2}f(Aa)$$

$$=p^2+\frac{1}{2}(2pq)$$

$$=p^2+\frac{1}{2}(2pq)$$

$$=p^2+pq=p(p+q)$$

$$=p$$

(به یاد داشته باشید $p+q=1$)

بنابراین در یک جمعیت دیپلوئید دارای تولید مثل جنسی و با آمیـزش تـصادفی فراوانـی اللـی، p ، از نسلی به نسل بعد تغییر نمی کند. در این مرحله با استفاده از مشاهده زاده های حاصل از یک آمیزش تـصادفی هر 3 خصوصیت تعادل $Hardy-weinberg$ را اثبات کردیم.