

توزیع اشیاء یکسان در ظرف‌های متفاوت

به چند طریق می‌توان n شیء یکسان را در m ظرف متفاوت قرار داد؟

جواب سؤال فوق برابر با تعداد جواب‌های معادله

$$x_1 + x_2 + x_3 + \mathbf{L} + x_m = n$$

در دستگاه اعداد طبیعی می‌باشد، اگر ظرف‌ها تهی نباشند و برابر با تعداد جواب‌های همان معادله در

دستگاه اعداد حسابی است اگر بتوان بعضی ظرف‌ها را خالی گذاشت.

تعداد جواب‌های معادله زیر در دستگاه اعداد طبیعی را بدست آورید.

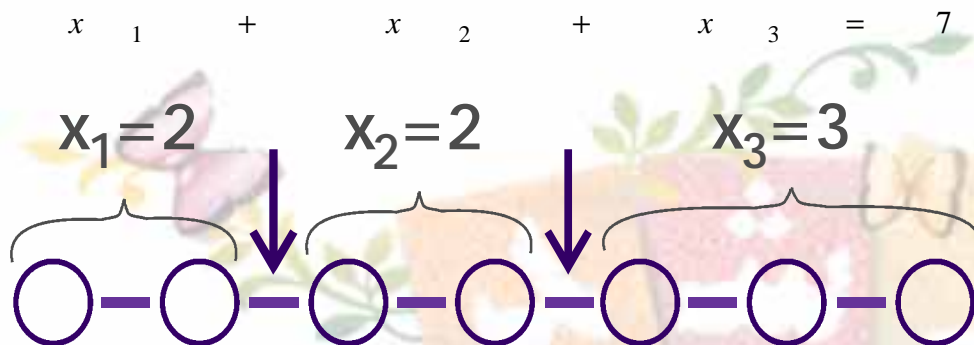
$$x_1 + x_2 + x_3 + \mathbf{L} + x_m = n \quad \forall i \quad x_i, n \in \mathbb{N}$$

دنباله‌ای از n شیء یکسان را در نظر می‌گیریم که قرار است به m دسته تقسیم شود. اگر ما مرز بین

هر دو دسته را با یک \downarrow نشان دهیم در بین اعضای این دنباله به ازای هر حالت جواب معادله $m - 1 \downarrow$ وجود

خواهند داشت.

مثال .



پس با تناظر تعریف شده تعداد جواب‌های معادله فوق در دستگاه اعداد طبیعی برابر خواهد بود با:

$$\binom{n-1}{m-1}$$

انتخاب $m-1$ مکان برای قرار دادن \downarrow ها از بین $n-1$ فاصله بین اشیاء

مثال . تعداد جواب‌های معادله زیر در دستگاه اعداد حسابی را بدست آورید.

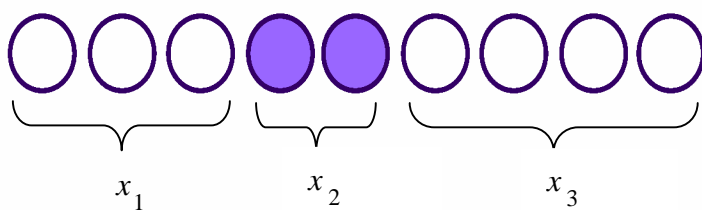
$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_m = n$$

حل . این بار صفتی n تایی از اشیاء مساوی را انتخاب کرده به آن $m-1$ شیء دیگر می‌افزایم سپس از

کل این تعداد $m-1$ تا را انتخاب کرده و آنها را به عنوان مرز بین ظرف‌ها در نظر می‌گیریم، واضح است هر

حالت فوق معادل با یک جواب از معادله بالا در دستگاه حسابی است.

مثال:



$$x_1 + x_2 + x_3 = 7$$

$$x_1 = 3, x_2 = 0, x_3 = 4$$

که تعداد انتخاب‌های فوق برابر است با $\binom{n+m-1}{m-1}$.

شبکه رشد - شبکه ملی مدارس ایران



Olympiad.ros hd.ir