هر مفهومی هنگامی معنا می پذیرد که به درستی تعریف گردد:

لذا گراف G را به صورت زیرتعریف می کنیم:

گراف ساده G را به صورت زوج مرتب $(V(G),E(G))$ تعریف می گردد که در آن $V(G)$ مجموعه ای از رئوس یا تقاطع ها می باشد (مجموعه ای متناهی و غیر تهی) و $E(G)$ مجموعه ای است از زوج های نامرتب و نامساوی از عناصر $V(G)$ یعنی

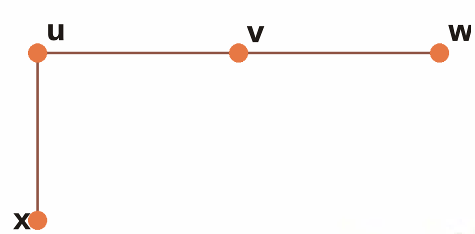
$$E(G)\subseteq \{\{x,y\}|x\in V(G),x\neq y,y\in V(G)\}$$

نکته. چون در تعریف آمده " زوج نامرتب " پس

$$\{a,b\}=\{b,a\}$$

به عنوان نمونه $V(G)$ می تواند $\{u,v,w,x\}$ و $E(G)$ باشد که

شکل آن به صورت زیر می باشد.



همانطور که در این مثال دیده شد چون یالهای گراف را به صورت مجموعه ای از زوج نامرتب و نامساوی تعریف نموده ایم میان هر دو راس حداکثر یک یال وجود خواهد داشت.

آنچه تعریف نمودیم، گراف ساده G بود. و به طور کلی هر گاه گفتیم گراف منظور همین گراف ساده G خواهد بود ولیکن بجز آن گراف های دیگری نیز داریم که به تعریف آنها می پردازیم:

گرافهای نامتناهی: گرافهایی که تعداد رئوس آنها $(V(G))$ شرط متناهی بودن را نداشته باشد.

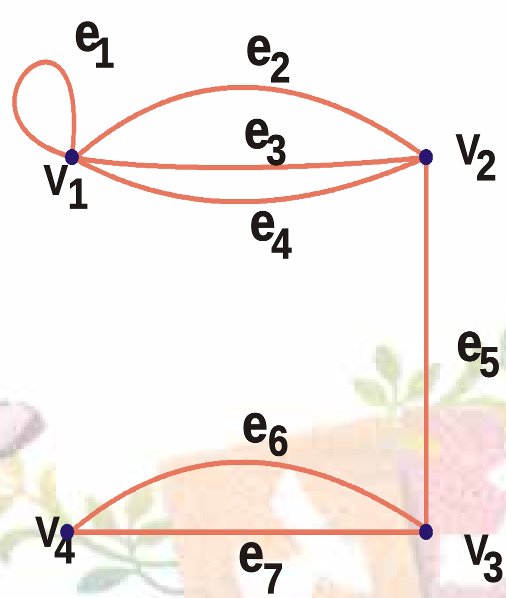
گراف عمومی : اگر بپذیریم که یالی که رئوس ابتدا و انتهای آن یکی باشد وجود داشته باشد،آنگاه گراف عمومی خواهد بود. یالی که رئوس ابتدا و انتهای آن یک باشد. را طوقه یا حلقه می نامیم.

مانند

$$
\begin{aligned}
V(G) &= \{v_1, v_2, v_3\} \\
E(G) &= \{\{v_1, v_2\}, \{v_2, v_3\}, \{v_1, v_3\}, \{v_1, v_1\}\}
\end{aligned}
$$

گراف چندگانه: اگر بپذیریم که علاوه بر طوقه، میان دو راس v_j, v_i بیش از یک یال داشته باشیم آنگاه گراف چند گانه خواهد بود.

مانند .



که $V(G_1)$ و $E(G_1)$ به صورت زیر تعریف می شوند:

$$V(G_1)=\{v_1,v_2,v_3,v_4\}$$

$$E(G_1)=\{e_1,e_2,e_3,e_4,e_5,e_6,e_7\}$$

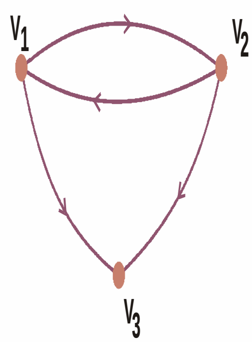
که: $e_1=\{v_1,v_1\},e_2=\{v_1,v_2\},e_3=\{v_1,v_2\},e_4=\{v_1,v_2\},e_5=\{v_2,v_3\}$

$,e_6=\{v_3,v_4\},e_7=\{v_3,v_4\}$

گراف جهت دار: اگر شرط نامرتب بودن اعضای $E(G)$ را به زوج مرتب تبدیل کنیم گراف جهت دار خواهد بود یعنی

$$E(G)\subseteq\{(x,y)|x\in V(G),y\in V(G)\}$$

در این صورت اگر $a\neq b$ آنگاه $(a,b)\neq(b,a)$ یک نمونه از گراف جهت دار مانند زیر است:



$$V(G)=\{v_1,v_2,v_3\}$$

$$E(G)=\{(v_1,v),(v_2,v_1),(v_2,v_3),(v_1,v_3)\}$$

توضیح کامل تر گراف های جهت دار در مطلب مربوطه داده خواهد شد.

نکته. در اینجا لازم است مجدداً یادآور گردیم اگر در جایی فقط گفته شد گراف منظور همان گراف ساده می باشد زیرا قضایایی که درباره گراف های ساده بیان خواهد شد به راحتی قابل تعمیم به سایرگراف

ها می باشند.

نکته. روابط زیر برقرار بوده و لیکن معکوس آنها برقرار نمی باشد:

گرافهایی عمومی $\subseteq$ گراف های ساده

گرافهای چند گانه $\subseteq$ گراف های ساده

گرافهای جهت دار $\subseteq$ گراف های ساده

- قرار داد می کنیم که اعضای $V(G)$ یعنی رئوس را با حروف کوچک نمایش دهیم.

و اما تعریف آخر:

مجاورت : دو راس v,u از مجموعه رئوس $V(G)$ را مجاور گویند هر گاه

$\{u,v\}\in E(G)$

یعنی یالی بین v,u موجود باشد. به مجاور، همسایه نیز می گویند.

مانند مثال زیر که v_1 با v_2 و v_2 با v_3 مجاور یا همسایه بوده ولی v_1 با v_3 مجاور نیست.