زیر گراف ها:

مفهوم این که گراف G زیر گراف گراف H است یعنی G توشکم H جا گرفته است!!

اما تعریف دقیق آن:

تعریف. گراف G را زیر گراف H گوییم اگر و فقط اگر $E(G)\subseteq E(H), V(G)\subseteq V(G)$

می‌نویسیم $G\subseteq H$

تعریف. زیر گراف سره:

اگر $G\subseteq H$ بوده ولی $G\neq H$ باشد G را زیر گراف سره H می نامند و می نویسند $G\subseteq H$

تعریف. زیر گراف فراگیر:

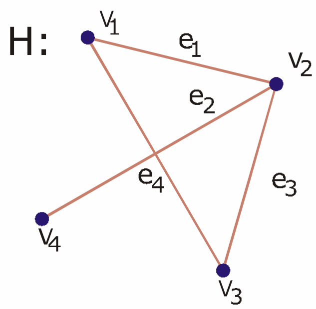
اگر $G\subseteq H$ $V(G)=V(H)$، G را زیر گراف فراگیر H می نامند (یعنی همه رئوس H در G آمده)

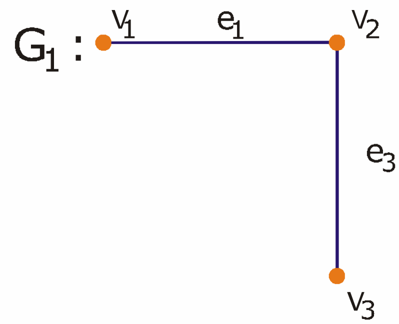
تعریف. زیر گراف القایی:

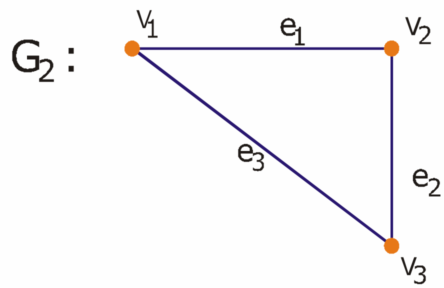
G را زیر گراف القایی H می نامند اگر :

$V(G)\subseteq V(H)$ بوده و میان رئوس $V(G)$ تمام یالهای موجود بین همین رئوس در H نیز وجود داشته باشد.

مثال.







G_1,G_2 هر دو زیر گراف H می باشند ولیکن G_1 زیر گراف القایی H نیست

زیرا یال e_3 میان v_1,v_3 در G_1 موجود نمی باشد ولیکن در H موجود می باشد.

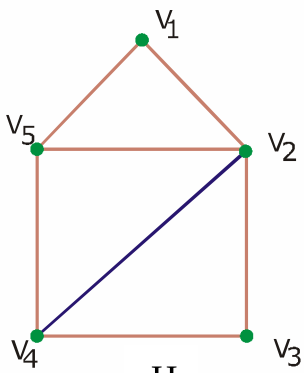
نکته. زیر گراف القاقی و فراگیر G، همان G است. (چرا؟)

تعریف. اگر مجموعه رئوس G، V بوده و $V^1 C V$ باشد.

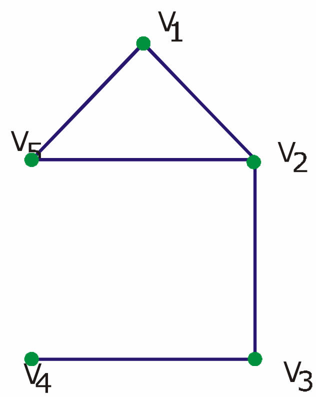
زیر گراف القایی $G(V/V^1)$، زیر گراف القایی از G می باشد که شامل رئوس $V-V^1$ باشد.

زیر گراف القایی $G(V/V^1)$ را به صورت $G-V^1$ نیز نشان می دهند.

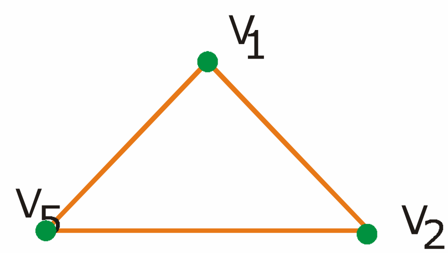
مثالهایی از تمام تعاریف فوق:



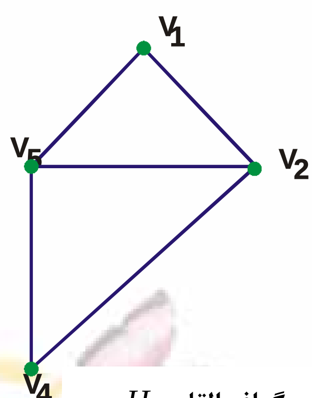
H



H زیر گراف فراگیر G_1

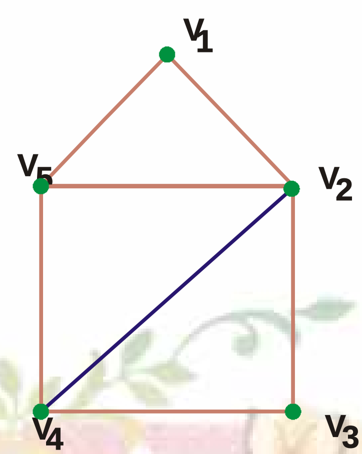


H زیر گراف القایی G_2



H زیر گراف القایی G_3

$$G_3 = G - \{V_3\}$$



H زیر گراف القایی و فراگیر G_4

$$G_4 = H$$

تمرین. نشان دهید هر گراف ساده ، زیر گرافی از $K_{|V(G)|}$ می باشد.

جواب. واضح است مجموعه رئوس هر دو یکسان بوده از طرفی گراف کامل همواره حداکثر یال ممکن را دارد پس $E(G) \subseteq E(K_{|V(G)|})$.

تمرین. به ترتیب فرض کنید G گرافی دو بخشی، کامل، تهی و $k-$منتظم باشد.

برای هر یک بررسی کنید آیا خصوصیت گفته شده به زیر گراف آن هم منتقل می شود یا نه؟

جواب. اثبات جوابهای زیر به عهده خودتان

- زیر گراف یک گراف دو بخشی همواره دو بخشی بوده
- زیر گراف یک گراف کامل همواره کامل بوده
- زیر گراف یک گراف تهی نیز همواره تهی بوده
- ولیکن زیر گراف یک $k-$منتظم الزاماً $k-$ منتظم نمی باشد زیرا:

مثال نقض.