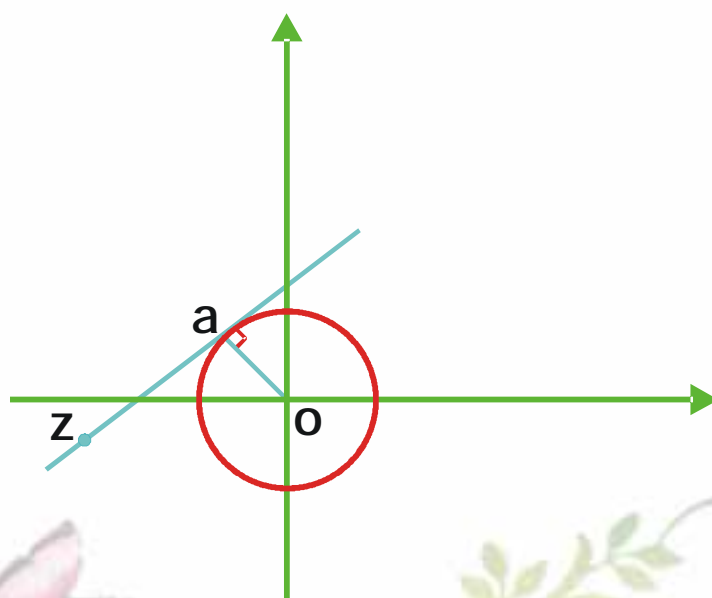


دایره، نقطه تماس و خط مماس

همان طور که گفتیم، $|z|$ نشان دهنده فاصله z از مبدا است و می‌دانیم دایره مکان هندسی کلیه نقاطی است که از نقطه ثابتی که مرکز دایره باشد، به یک فاصله‌اند. بنابراین معادله دایره ای به شعاع R و مرکز مبدأ مختصات، برابر است با: $|z| = R$. حالت کلی، اگر مرکز دایره نقطه z_1 باشد، با یک انتقال به معادله زیر خواهیم رسید: $|z - z_1| = R$. هر نقطه مانند z که روی محیط دایره ای به شعاع R و مرکز مبدا است، از فرمول زیر پیروی می‌کند:

$$z = R.e^{i\theta}$$



شکل ۱

حال دایره یکه را در نظر بگیرید که نقطه a روی محیط آن مفروض است. می‌خواهیم معادله خط

مماس بر دایره در نقطه a را بدست آوریم. نقطه z را روی خط مماس در نظر بگیرید، oa بر az عمود

است، در نتیجه:

$$\frac{z-a}{0-a} + \frac{\bar{z}-\bar{a}}{0-\bar{a}} = 0 \Rightarrow \frac{z-a}{a} + \frac{\bar{z}-\bar{a}}{\bar{a}} = 0$$

اما a روی محیط دایره یکه قرار دارد، پس: $\bar{a} = \frac{1}{a}$ ، در نتیجه:

$$\frac{z-a}{a} + \frac{\bar{z}-\frac{1}{a}}{\frac{1}{a}} = 0 \Rightarrow \frac{z-a}{a} + a\bar{z}-1 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{z}{a} + a\bar{z} = 2 \quad : a \text{ معادله خط مماس در } a$$

حال اگر بخواهیم، نقطه تماس یک خط مماس، از نقطه ای بیرون از دایره مانند z_0 را بدست

آوریم، واضح است که باید نقطه تماس a ، در رابطه: $\frac{z_0}{a} + a\bar{z}_0 = 2$ صدق کند. و از آنجا می‌توان

مجهول a را یافت.

(البته دو نقطه بدست خواهد آمد، زیرا از یک نقطه خارج از دایره، دو خط مماس می‌توان بر آن

رسم نمود)

