مرکز دایره محاطی.

در حالت کلی فرمول پیچیده‌ای به دست خواهد آمد که حل مساله را با مـــشکل مواجـــه خواهـــد نمود، بنابراین باید حالات خاص را در نظر گرفت. بهترین حالت در نظر گرفتن دایره یکه به عنوان دایـــره محاطی مثلث دلخواه Δabc است، در این صورت اگر t, n, m به ترتیب محل تماس این دایره با اضـــلاع AB, CA, BC باشند، داریم:

$$a = \frac{2nt}{n+t}, b = \frac{2tm}{t+m}, c = \frac{2mn}{m+n}$$

زیرا می دانیم که معادله خطوط مماس بر نقاط n, m برابرند با :

$$m\bar{z} + \frac{z}{m} = 2$$

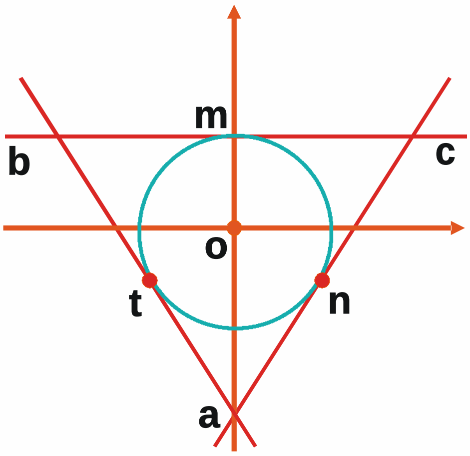
$$n\bar{z} + \frac{z}{n} = 2$$

که از حل این دو معادله خط خواهیم داشت:

$$z = \frac{2mn}{m+n}$$

که همان نقطه برخورد دو مماس یعنی c می باشد. به همین ترتیب b, a بدست آمده اند.

شبکه رشد - شبکه ملی مدارس ایران
Olympiad.roshd.ir



شکل۱

همچنین خواهیم داشت:

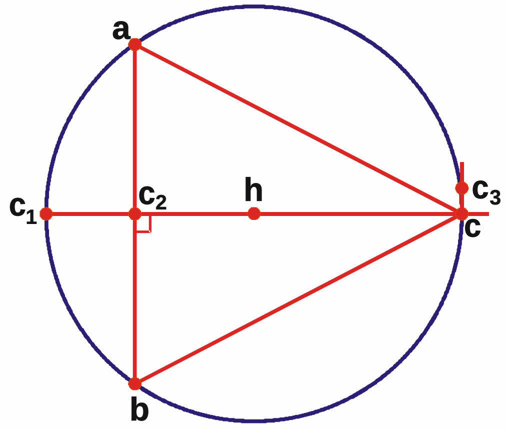
$$\frac{1}{a}=\frac{t+n}{2tn}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}+\frac{1}{t}\right)$$

$$\frac{1}{b}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{t}+\frac{1}{m}\right),\frac{1}{c}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)$$

فرض کنید $\overrightarrow{ch}$ ضلع ab را در c_2 و دایره محیطی Δabc را در c_1 قطع کند. همچنین c_3 نقطه‌ای روی محیط این دایره باشد بطوریکه $\overrightarrow{ab} \parallel \overrightarrow{cc_3}$. بنابراین داریم:

$$bc = ac_3 \Rightarrow \angle boc = \angle c_3oa = \alpha$$

شبکه رشد - شبکه ملی مدارس ایران
Olympiad.roshd.ir



شکل۲

بنابراین از آنجا که داریم: $\angle boc = Arg\left(\frac{c-0}{b-0}\right), \angle c_3oa = Arg\left(\frac{a-0}{c_3-0}\right),$

پس:

$$\frac{c}{b} = \frac{a}{c_3} = Cis\alpha = \cos\alpha + i\sin\alpha$$

پس: $c_3 = \frac{ab}{c}$. اما c_1, c_3 دو سه یک قطر از این دایره اند، بنابراین: $c_1 = -c_3$.

اما از هندسه کلاسیک می‌دانیم که $hc_2 = c_1c_2$، پس:

$$c_2 = \frac{c_1 + h}{2} = \left(\frac{-ab}{2c}\right) + \left(\frac{a+b+c}{2}\right)$$

به همین ترتیب b_2, a_2 نیز بدست می‌آیند:

$$b_2 = \left(\frac{-ca}{2b}\right) + \left(\frac{a+b+c}{2}\right)$$

$$a_2 = \left(\frac{-bc}{2a}\right) + \left(\frac{a+b+c}{2}\right)$$

Olympiad.roshd.ir
شبکه رشد - شبکه ملی مدارس ایران