

قانون دوم نیوتن:

حالا می‌توانیم همه آزمایشها و تعریفهای قبلی را در یک معادله، معادله بنیادی مکانیک کلاسیک،

خلاصه کنیم:

$$\sum F = ma \quad (1)$$

در این معادله، $\sum F$ جمع (برداری) همه نیروهایی است که بر جسم اثر می‌کنند، m جرم جسم

و a (بردار) شتاب آن است. معمولاً $\sum F$ را نیروی برآیند یا نیروی خالص می‌نامند.

معادله 1 بیانی از قانون دوم نیوتن است. اگر آن را به شکل $a = (\sum F)/m$ بنویسیم، به سادگی

دید می‌شود که اندازه شتاب جسم مستقیماً متناسب با اندازه نیروی برآیند وارد بر آن است و جهت

شتاب هم با جهت نیرو موازی است. همچنین دیده می‌شود که شتاب حاصل از یک نیروی معین، با جرم

جسم نسبت عکس دارد.

توجه کنید که قانون اول نیوتن را می‌شود حالت خاصی از قانون دوم تلقی کرد، چون

اگر $\sum F = 0$ باشد $a = 0$ است. به بیان دیگر، اگر نیروی برآیند وارد بر جسمی صفر باشد، شتاب جسم

صفر می‌شود و جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند و این همان است که قانون اول نیوتن می‌گوید. اما

قانون اول یک نقش مهم و مستقل از قانون دوم هم دارد و آن تعریف چارچوبهای مرجع لخت است.

بدون چنین تعریفی، نمی‌شود چارچوبهایی را که قانون دوم نیوتن در آنها معتبر است مشخص کرد.

بنابراین هر دو قانون را لازم داریم تا سیستم مکانیکی کاملی داشته باشیم.

معادله 1 معادله‌ای برداری است. این معادله را هم، مثل همه معادلات برداری دیگر، می‌توانیم به

شکل سه معادله اسکالر بنویسیم:

$$\sum F_x = ma_x, \sum F_y = ma_y, \sum F_z = ma_z \quad (2)$$

این سه معادله، مؤلفه‌های x, y, z نیروی برآیند $(\sum F_x, \sum F_y, \sum F_z)$ را به مؤلفه‌های شتاب

(a_x, a_y, a_z) جسمی به جرم m مربوط می‌کنند. لازم است تأکید کنیم که $\sum F_x$ جمع جبری

مؤلفه‌های x همه نیروها، $\sum F_y$ جمع جبری مؤلفه‌های y همه نیروها و $\sum F_z$ جمع جبری مؤلفه‌های z

همه نیروهای وارد بر m است. در بدست آوردن جمع جبری، باید علامت مؤلفه‌ها (یعنی جهت نیروها

نسبت به همدیگر) را در نظر گرفت.

در تحلیل مسائل به کمک قانون دوم نیوتن، خوب است نموداری رسم کنیم که جسم مورد نظر را

به شکل یک نقطه و نیروهای وارد بر آن را به شکل بردارهایی که بر آن اثر می‌کنند نشان بدهد. چنین

نمایشی را نمودار جسم آزاد می‌نامند؛ این نمایش یک گام اولیه اساسی، هم در تحلیل مسئله و هم در

تجسم وضعیت فیزیکی، است.

مثال 1. دانشجویی سورت‌مه بار شده‌ای به جرم $m = 240\text{kg}$ را تا مسافت $d = 2.3\text{m}$ روی سطح

بدون اصطکاک دریاچه یخزده‌ای با نیروی افقی ثابت $F = 130\text{N}$ (یعنی 29lb) هل می‌دهد؛ شکل (I)

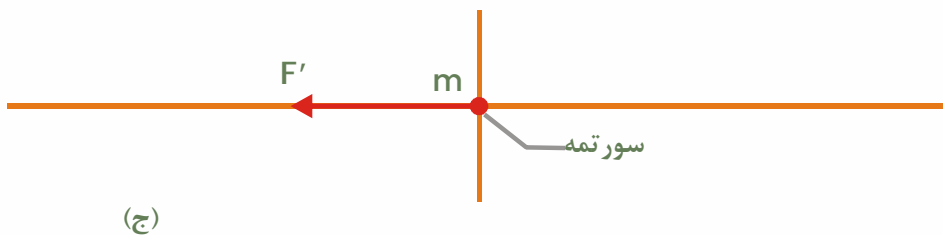
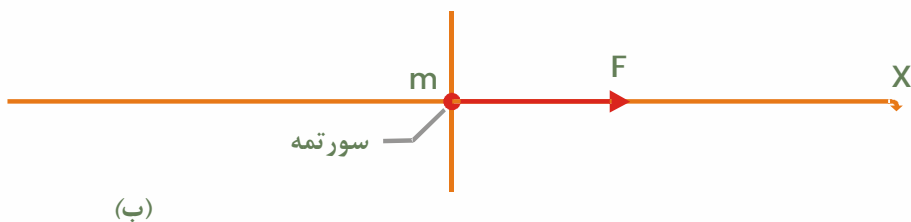
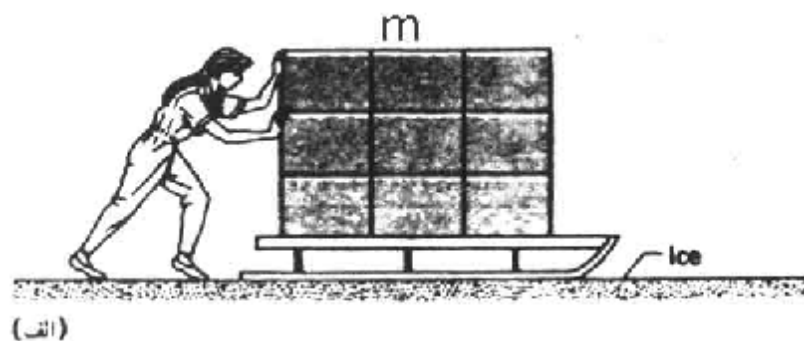
الف. اگر سورت‌مه از حالت سکون شروع به حرکت کند، سرعت نهایی آن چه خواهد بود؟

حل. یک محور x افقی می‌کشیم (شکل (I) ب)، جهت افزایش x را به طرف راست می‌گیریم و

سورت‌مه را ذره در نظر می‌گیریم. شکل (I) ب یک نمودار جسم آزاد جزئی است. در کشیدن نمودار

جسم آزاد، مهم است که همه نیروهای وارد بر ذره را در نظر بگیریم، اما در اینجا دو نیروی عمودی را

حذف کرده‌ایم.



شکل (1). مثالهای 1 و 2. (الف) دانشجویی سورتمه‌ای بار شده را روی سطحی بدون اصطکاک هل می‌دهد. (ب)

نمودار جسم آزادی که سورتمه را به شکل "ذره"، همراه با نیروی وارد بر آن، نشان می‌دهد. (ج) نمودار جسم آزاد دیگری که نیروی وارد بر جسم را، وقتی که دانشجو آن را در جهت مخالف هل می‌دهد، نشان می‌دهد.

فرض می‌کنیم که تنها نیروی افقی وارد بر سورتمه، نیروی F است که دانشجو وارد می‌کند. حالا

می‌توانیم شتاب سورتمه را از قانون دوم نیوتن بدست بیاوریم:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{130N}{240kg} = 0.54 m/s^2$$

چون شتاب ثابت است، می‌توان $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$ را بکار برد و سرعت نهایی را بدست

آورد. می‌گذاریم $v_0 = 0$ ، $x - x_0 = d$ ، v را حساب می‌کنیم؛ نتیجه می‌شود که

$$v = \sqrt{2ad} = \sqrt{(2)(0.54 m/s^2)(2.3 m)} = 1.6 m/s$$

نیرو، شتاب، جابجایی و سرعت نهایی سورت‌مه، همه مثبتند؛ یعنی جهت آنها، در شکل (I) ب به

طرف راست است.

توجه کنید که دانشجو، برای اینکه بتواند همین نیروی ثابت را مدام اعمال کند، باید پیوسته

تندتر و تندتر حرکت کند تا از سورت‌مه شتابدار عقب نماند. سرانجام، سرعت سورت‌مه از بیشترین مقدار

سرعت دوییدن دانشجو بیشتر می‌شود و از آن پس دانشجو دیگر نمی‌تواند به سورت‌مه نیرو وارد کند. از

این پس (اگر اصطکاک نباشد) سورت‌مه با سرعت ثابت به لغزش خود ادامه خواهد داد.

مثال 2. دانشجوی مثال 1 می‌خواهد جهت سرعت سورت‌مه را در مدت $4.5 s$ برعکس کند. به این

منظور چه نیروی ثابتی باید بر سورت‌مه وارد کند؟

حل. با استفاده از $(v = v_0 + at)$ ، شتاب (ثابت) جسم را پیدا می‌کنیم:

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{(-1.6 m/s) - (1.6 m/s)}{4.5 s} = -0.71 m/s^2$$

اندازه این شتاب، بزرگتر از اندازه شتاب مثال 1 $(0.54 m/s^2)$ است؛ پس در این حالت دانشجو

قاعدتاً باید سورت‌مه را شدیدتر هل بدهد. این نیروی (ثابت) F' به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$F' = ma = (240\text{kg})(-0.71\text{m/s}^2) = -170\text{N} (= -38\text{lb})$$

علامت منفی نشان می‌دهد که دانشجو سورت‌مه را در جهت کاهش x ، یعنی به طرف چپ در

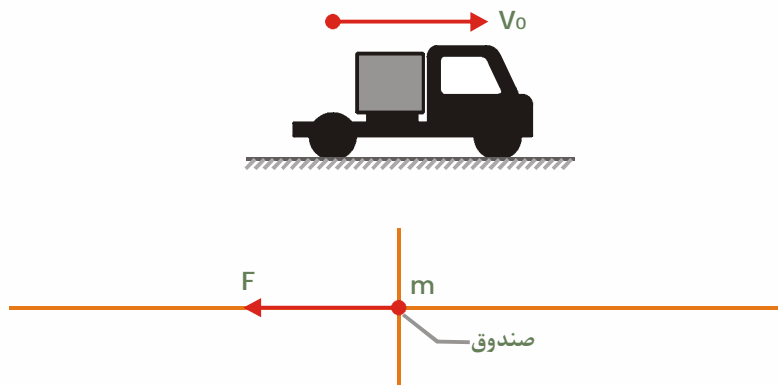
نمودار جسم آزاد شکل (I) ج، هُل می‌دهد.

مثال 3. صندوقی به جرم m برابر با 360kg روی کفه کامیونی که با سرعت v_0 برابر با

120 km/h در حرکت است قرار دارد، و نسبت به کامیون ساکن است (شکل (II) الف) راننده ترمز

می‌کند و طی 17s سرعت را به 62 km/h می‌رساند. طی این مدت چه نیرویی (که فرض می‌کنیم ثابت

است) بر صندوق وارد می‌شود؟ فرض کنید صندوق روی کفه نمی‌لغزد.



شکل (II) . مثال 3. الف) صندوقی در کامیونی که سرعتش در حال کم شدن است. ب) نمودار جسم آزاد صندوق.

حل. ابتدا شتاب (ثابت) صندوق را پیدا می‌کنیم. به این منظور از معادله $(v = v_0 + at)$ استفاده

می‌کنیم:

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{(64\text{ km/h}) - (120\text{ km/h})}{17\text{s}} = \left(-3/41 \frac{\text{km}}{\text{h.s}}\right) \left(\frac{1\text{h}}{3600\text{s}}\right) \left(\frac{1000\text{m}}{1\text{km}}\right) = -0.95\text{ m/s}^2$$

جهت مثبت راستای افقی را به طرف راست گرفته‌ایم. پس بردار شتاب به طرف چپ است.

نیروی وارد بر صندوق از قانون دوم نیوتن بدست می‌آید:

$$F = ma = (360\text{kg})(-0.95\text{ m / s}^2) = -340\text{N}$$

نیرو هم در همان جهت شتاب، یعنی به طرف چپ شکل (II) ب، است. این نیرو از طریق یک

عامل خارجی به صندوق وارد می‌شود، مثلاً از طریق تسمه‌ها یا وسایل دیگری که برای محکم نگهداشتن

صندوق بکار رفته است. اگر صندوق را نبسته باشند، نیرو باید از اصطکاک بین صندوق و کفه تأمین

شود. اگر این اصطکاک برای تأمین 340N نیرو کافی نباشد، صندوق روی کفه می‌لغزد و از دید ناظر

ساکن نسبت به زمین، سرعتش با آهنگ کمتری (از کامیون) کند می‌شود.

