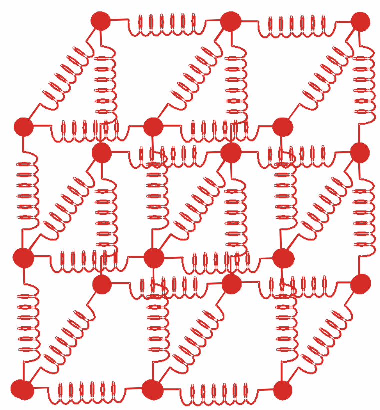
نیروی کشسانی:

نیروی کشسانی (بازگرداننده) فنر مهمترین نوع از نیروهای کشسانی محسوب می‌شود، چون نیروی جاذبه بین اتمهای یک مولکول یا نیروی جاذبه بین اتمهای یک جامد بلوری را اغلب به صورت نیروهای کشسانی فنرهایی که بین آنهاست تقریب می‌زنند، به عنوان مثال جامد بلوری نمک طعام شبیه یک ساختمان مکعب شکل است که در هر رأس یونهای Cl^{-}, Na^{+} بطور متناوب نشسته‌اند و بین آنها فنرهایی قرار دارد.



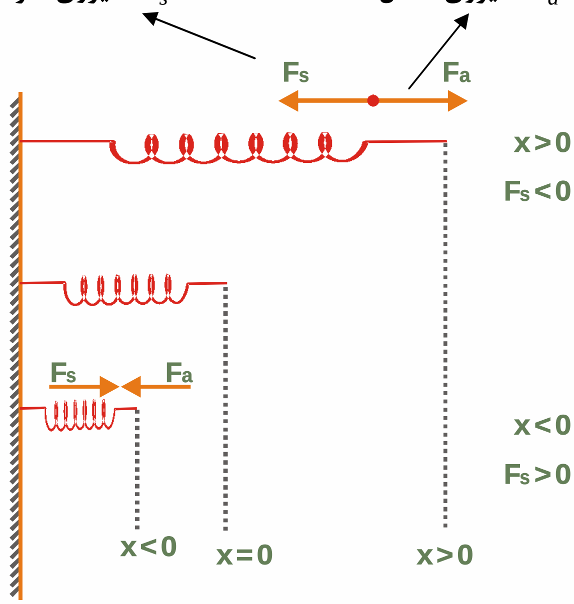
در اواسط قرن هفدهم، هوک کشف کرد که میزان کشیدگی فنر در هر دو حالت جابجایی که منجر به انبساط یا انقباض فنر شود با میزان این جابجایی متناسب است. نیروی اعمال شده از طرف یک فنر کشیده شده به وسیله قانون هوک (F_S) با رابطه زیر داده می‌شود:

$$F_s = -kx$$

در این رابطه k مقداری ثابت است که ثابت فنر نامیده مـی‌شـود و x جابجـایی انتهـای فنـر از وضعیت تعادل آن است. بزرگی F_S بطور خطی با جابجایی افزایش می‌یابد. علامت منفی نشانگر آن است که F_S نیروی بازگرداننده است. یعنی نیروی فنر همواره در جهتی است که مایل است فنـر را بـه طـول اولیه بازگرداند. نیرویی که از قانون هوک پیروی می‌کند، نیروی بازگرداننده خطی است.

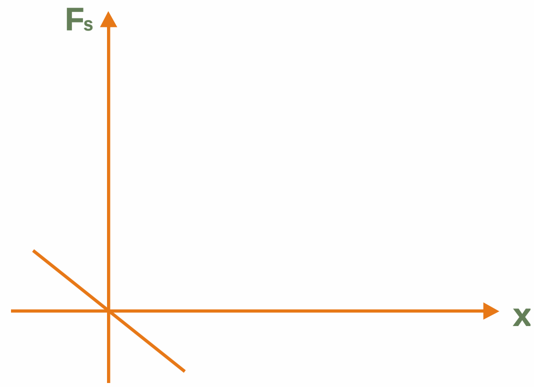
اگر فنر توسط نیروی F_a به صورت کشیده در آمده باشد؛ آنگاه $x>0$, F_s منفی و جهـت آن به طرف مبدأ است. (به شکل نگاه کنید).

F_s= نیروی فنر ، F_a= نیروی اعمال شده



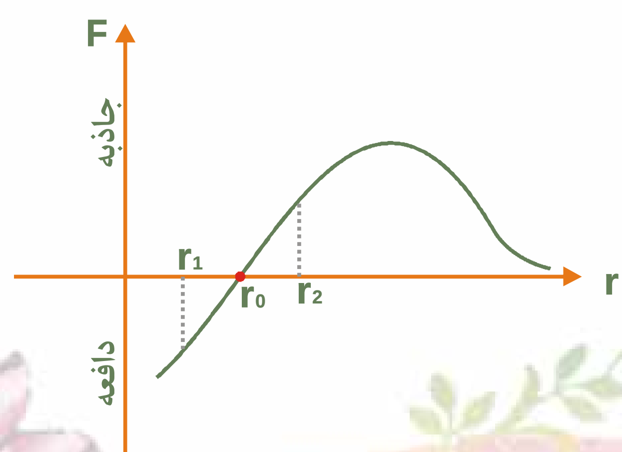
اگر فنر توسط F_a فشرده شده باشد، آنگاه $x<0$ و F_s مثبت است.

قانون هوک تجربی است و برای جابجائیهای بزرگ صادق نیست.



منحنی نیروی قانون هوک در فواصل کوچک مانند شکل زیر است که قدر مطلق شیب این خط با مقدار k ثابت فنر برابر است.

شکل نیروی بین مولکولی نیز حول نقطه تعادل دقیقاً همچنین شکلی دارد (شکل زیر) در فاصله بین r_1 تا r_2 نقطه تعادل r_0 قرار دارد و این منحنی در این فاصله شکلی شبیه نیروی کشسانی هوک دارد.



یکی از دستاوردهای شاخص نیروی کشسانی ایجاد حرکت نوسانی است که در زیر به یک مثال از آن توجه می‌کنیم.

وزنه‌ای به جرم M در حالت افقی به یک سر فنری متصل است و سر دیگر فنر هم ثابت است این وزنه روی سطح افقی بدون اصطکاکی قرار دارد. چه حرکتی برای این وزنه امکان دارد؟

تنها نیروی افقی وارد بر وزنه نیروی فنر است. (نیروی وزن و عکس‌العمل عمودی سطح در راستای قائم یکدیگر را خنثی می‌کنند). معادله حرکت چنین می‌شود:

$$Ma_x = -kx = M\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{M}x = 0$$

در اینجا x فاصله از وضعیت تعادل است. برای سهولت می‌توان نوشت

$$w = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

و معادله به این شکل در می‌آید:

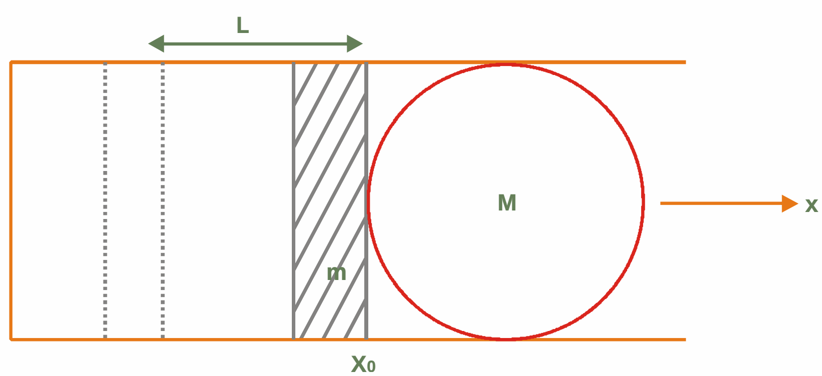
$$\frac{d^2x}{dt^2} + w^2x = 0$$

این معادله، جزء اولین معادلات دیفرانسیلی است که به آن برخورد می‌کنید و در بسیاری از زمینه‌های فیزیک ظاهر می‌شود. این عبارت معادله حرکت هماهنگ ساده نام دارد و جواب آن بشکل زیر است

$$x = A\sin wt + B\cos wt$$

شما می‌توانید با دوبار مشتق گرفتن از آن و جایگزینی در معادله هماهنگ ساده، جواب بودن آن را چک کنید. wرا بسامد زاویه‌ای حرکت می‌نامند. مقادیر B, A تابع شرایط اولیه مسئله مقدار می‌گیرند. در مثال زیر نحوه بدست آوردن $B - A$ نشان داده شده است.

پیستون یک تفنگ فنری (تفنگ باری) به جرم m به یک سر فنری با ثابت نیروی k متصل است. پرتابه این تفنگ، ساچمه‌ای است به جرم M. پیستون و ساچمه به فاصله L از حالت تعادل بـه عقـب کشیده و ناگهان رها می‌شوند. سرعت ساچمه را در لحظه جدا شدن از پیستون پیدا کنید. از اصـطکاک صرفنظر می‌شود اگر محور x را در جهت حرکت مبدأ آن را در محل تعادل فنر بگیریم مکـان پیـستون بوسیله رابطه زیر داده می‌شود.



$$x(t) = A\sin wt + B\cos wt$$

که در آن $w = \sqrt{k/(m+M)}$ است. این معادله تا زمانی که تماس بین ساچمه و پیستون قطع نشده باشد صادق است، سرعت آن چنین است.

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = wA\cos wt - wB\sin wt$$

در این جواب دو مقدار ثابت اختیاری B, A وجود دارد و برای تعیین آنها به دو دسته اطلاعات نیاز داریم. می‌دانیم در $t=0$ وقتی که فنر را رها می‌کنیم. مکان و سرعت دستگاه چنین است:

$$x(t=0)=-L$$

$$v(t=0)=0$$

با قرار دادن این مقادیر در دو معادله قبل برای v, x، داریم:

$$-L=x(0)=A\sin(0)+B\cos(0)=B$$

و

$$0=v(0)=wA\cos(0)-Bw\sin(0)=wA$$

از این رو:

$$B=-L$$

$$A=0$$

بدین ترتیب، از زمان رها کردن تا زمانی که ساچمه از پیستون جدا می‌شود حرکت دستگاه با معادلات زیر مشخص می‌شود:

$$x(t)=-L\cos wt$$

$$v(t)=wL\sin wt$$

تماس ساچمه و پیستون چه موقع قطع می‌شود؟ پیستون فقط می‌تواند به ساچمه فشار دهد ولی نمی‌تواند آنرا بکشد و زمانی که حرکت پیستون کند می‌شود، تماس آنها از بین رفته و ساچمه با سرعت ثابتی به حرکت ادامه می‌دهد. از معادله $v(t)$ (آخرین معادله) در می‌یابیم که t_m یعنی زمانی که در آن سرعت به حداکثر خود می‌رسد از رابطه زیر بدست می‌آید

$$w\,t_m=\frac{p}{2}$$

و با جایگذاری در معادله $x(t)$ داریم:

$$x(t_m) = -L\cos\frac{\pi}{2} = 0$$

یعنی به محض اینکه فنر از نقطه تعادل خود می‌گذرد تماس بین ساچمه و فنر قطع مـی‌شـود. در این حالت سرعت نهایی ساچمه چنین است.

$$v_{\max} = v(t_m) = \omega L\sin\frac{\pi}{2} = \sqrt{\frac{k}{M+m}}L$$

برای رسیدن به سرعتهای بالا باید L,k بزرگ و $M+m$ کوچک باشد.