

## 18-4-2. آینه‌های کروی:

### 1. آینه‌های کروی:

قبلاً با آینه تخت و ویژگیهای تصویر در آن آشنا شدید. نوع دیگری از آینه‌ها مورد استفاده قرار

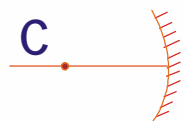
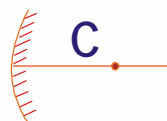
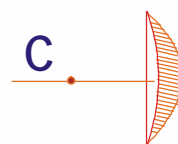
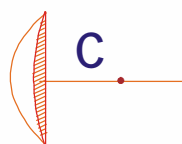
می‌گیرند که سطح آنها خمیده است نوع ویژه‌ای از این گونه سطحهای خمیده آینه‌های کروی است.

سطح آینه‌های کروی، بخشی از سطح یک کره است، یعنی تمام نقاط آن از یک نقطه به نام مرکز

آینه (مرکز کره‌ای که آینه بخشی از آن است) به یک فاصله‌اند.

اگر سطح درونی کره صیقلی باشد آن را آینه کاو یا مقعر و اگر سطح برآمده (بیرون) آن صیقلی

باشد، آن را آینه کوژ یا محدب می‌نامند.



(ب) آینه کوژ (محدب)

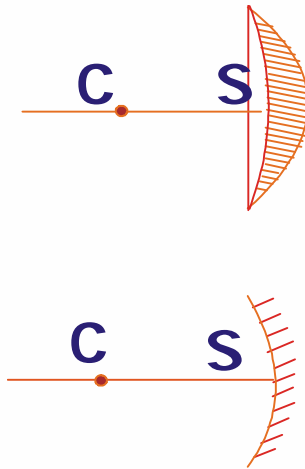
(الف) آینه کاو (مقعر)



1-1. آینهٔ کاو (مقعر)

آینه‌های مقعر، آینه‌های کره‌ای هستند که قسمت خارجی آن نقره‌ای شده و قسمت داخلی آن

یک آینه مقعر است.



**مرکز - محور اصلی.** مرکز کره‌ای که آینه قسمتی از آن است را مرکز آینه (نقطه  $C$ ) می‌نامند.

خطی که از مرکز آینه و وسط آینه (نقطه  $S$ ) می‌گذرد، محور اصلی آینه نامیده می‌شود.

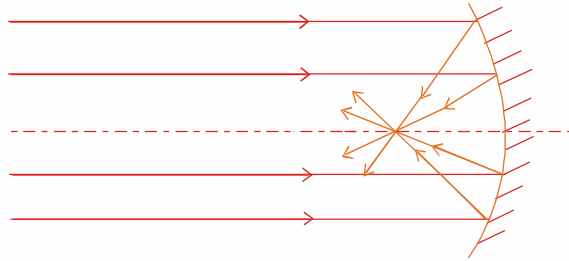
**توجه.** تمام پرتوهایی که به آینه مقعر برخورد می‌کنند از قانون انعکاس پیروی می‌کنند یعنی

زاویه تابشی یک پرتوی برخوردکننده با زاویه انعکاس آن از آینه با هم برابر است.

### 1-1-1. کانون آینه کاو

سؤال. پرتویی که در امتداد محور اصلی آینه مقعر به آن بتابد در چه راستایی باز می‌تابد؟

به شکل زیر توجه کنید.

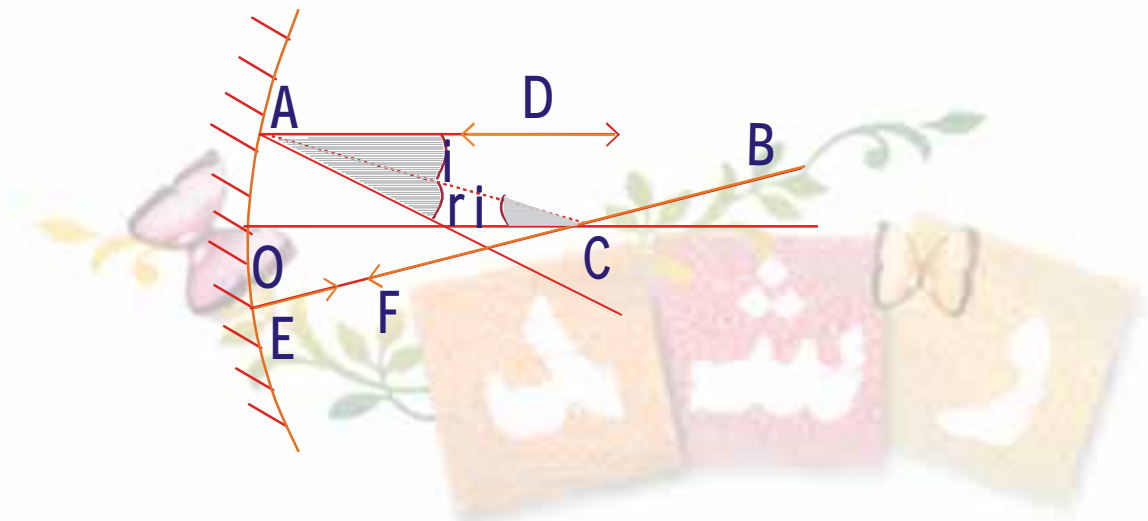


مسیر دسته پرتوهایی که موازی با محور اصلی آینه تابیده می‌شوند را دنبال می‌کنیم. تمام این

پرتوها چنان بازتابش می‌کنند (اگر فاصله این پرتوها از محور در مقایسه با شعاع انحنای آینه کوچک

باشد) که از نقطه‌ای روی محور یعنی از کانون آینه بگذرند.

حالا محل کانون آینه کاو را به ترتیب زیر پیدا می‌کنیم.



آینه کاو شکل بالا قسمتی از کره‌ای به مرکز  $C$  است. چون شعاع همیشه بر سطح کره عمود است، خط  $CA$  در نقطه  $A$  بر سطح آینه عمود خواهد بود.

پرتو  $DA$ ، که با محور آینه،  $CO$ ، موازی است و در  $A$  بر آینه فرود می‌آید، بنابر قانون بازتابش چنان باز می‌تابد که مطابق شکل،  $i = r$ . پس نتیجه می‌گیریم که مثلث  $CFA$  متساوی‌الساقین است، یعنی  $CF = FA$  و همچنین با توجه به این نکته که  $OA \ll OC$  ( $OA$  خیلی کوچکتر از  $OC$ ) در این صورت زاویه‌های  $i$  و  $r$  کوچکند و  $CF = FA \cong FO \cong \frac{1}{2}CO$ . تمام این پرتوها موازی با محور آینه، پس از بازتاب از نقطه  $F$  یعنی کانون آینه که در وسط آینه و مرکز انحنای آن قرار دارد می‌گذرند. اگر شعاع انحنای آینه را  $R$  بگیریم، داریم:

$$OF = f = \frac{R}{2}$$

که  $f$  فاصله کانونی آینه است.

**نکته مهم.** پرتوهایی که قبل از فرود بر آینه از کانون بگذرند، به موازات محور آینه از آن باز می‌تابند.

### 1-1-1. چگونگی تشکیل تصویر در آینه‌های مقعر (کاو):

بطور کلی در آینه‌های کروی دو نوع تصویر داریم: تصویر مجازی و تصویر حقیقی.

**الف.** تصویر مجازی: تصویر مجازی از برخورد امتداد پرتوهای بازتابش (در پشت آینه) تشکیل

می‌شود. تصویر مجازی، تصویر مستقیم است.

ب. تصویر حقیقی: تصویر حقیقی از برخورد پرتوهای بازتابش (در جلوی آینه) تشکیل می‌شود، به عبارت دیگر اگر پرتوهای بازتاب خودشان یکدیگر را قطع کنند تصویر حقیقی است. تصویر حقیقی را می‌توان روی پرده و یا فیلم عکاسی تشکیل داد. تصویر حقیقی معکوس است.

### 1-1-2 روش رسم تصویر در آینه‌های کروی:

تمام پرتوهایی که به آینه مقعر برخورد می‌کنند از قانون انعکاس پیروی می‌کنند. اما بطور عملی استفاده از نقاط برای رسم پرتوی بازتابش کار سختی است. بنابراین معمولاً برای رسم پرتوی بازتابش از پرتوهایی که مسیر آنها براحتی قابل تشخیص است (سه پرتو اصلی) استفاده می‌کنیم. البته برای به دست آوردن تصویر استفاده از دو پرتو مختلف کافی است.

### 1-1-2-1 رسم پرتوهای بازتاب در آینه کاو:

تمام پرتوهایی که با آینه مقعر برخورد می‌کنند از قانون انعکاس پیروی می‌کنند یعنی زاویه تابشی یک پرتوی برخوردکننده با زاویه انعکاس آن از آینه با هم برابر است و از این قانون برای پیدا کردن محل تصویر می‌توان استفاده کرد. اما بطور عملی استفاده از نقاط برای رسم پرتوی بازتابشی کار سختی است. بنابراین معمولاً از چند پرتویی که مسیر آنها براحتی قابل تشخیص است استفاده می‌کنند. سه پرتو اصلی عبارتند از:

1. هر پرتویی که از مرکز آینه مقعر گذشته و به آینه بتابد، روی خودش بازمی‌تابد. (دلیل

آن خیلی ساده است چون پرتو در امتداد شعاع سطح انحنای کروی است و شعاع هم بر

سطح انحنای عمود است)

2. هر پرتویی که موازی محور اصلی به آینه مقعر بتابد پرتو بازتاب آن از کانون آینه

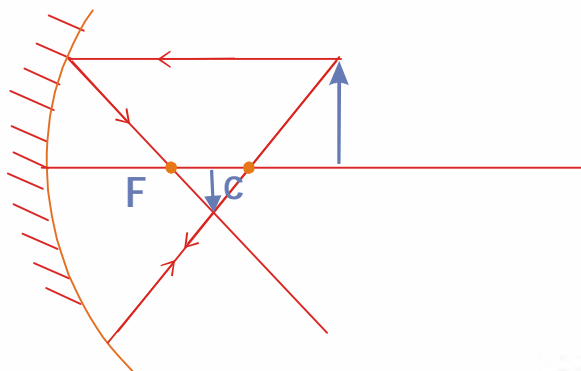
می‌گذرد.

3. اگر پرتو تابش از کانون گذشته و به آینه بتابد و یا طوری بتابد که امتداد آن از کانون

بگذرد، پرتو بازتاب آن موازی محور اصلی خواهد بود.

حال تصویر شیئی  $AB$  را در یک آینه کاو و در محل‌های مختلف رسم می‌کنیم.

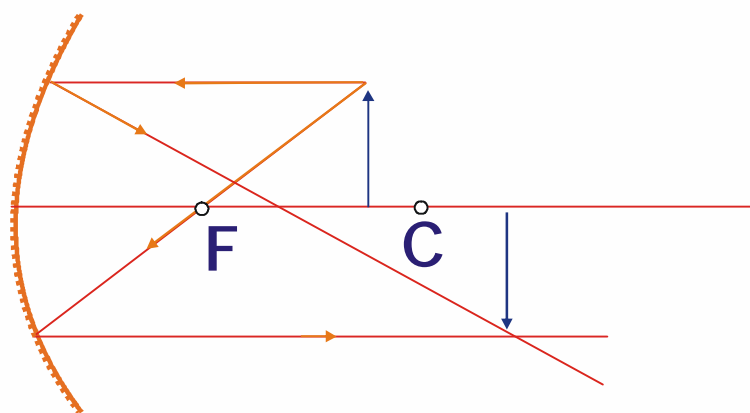
الف. شیء در فاصله‌ای دورتر از مرکز آینه:



تصویر حقیقی و وارونه است. کوچکتر از جسم است و در فاصله بین مرکز و کانون قرار

دارد.

ب. شیء بین مرکز و کانون:



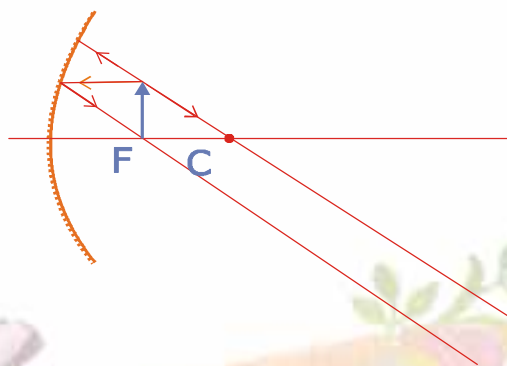
تصویر حقیقی و وارونه است، بزرگتر از جسم است و دورتر از مرکز قرار دارد.

**نکته مهم.** اگر شیء را در مکانی قرار دهیم که قبلاً تصویر (تصویر حقیقی) در آنجا دیده شده

است آینه تصویری حقیقی در مکانی که قبلاً شیء قرار داشت تشکیل می‌دهد. فقط جهت پرتوها

برعکس شده است.

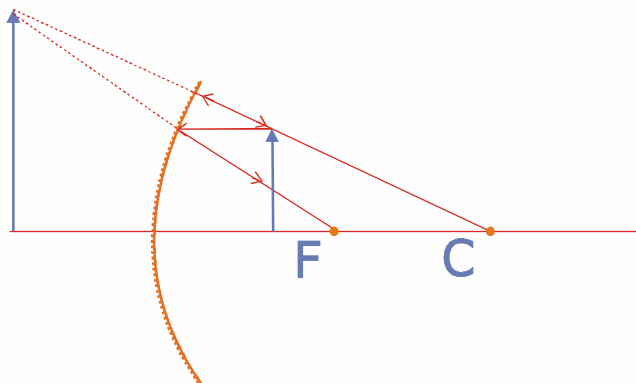
**پ.** شیء روی کانون:



پرتوهای بازتاب با هم موازیند و در فاصله خیلی دور (بی نهایت) یکدیگر را قطع

می کنند، در این حالت می گوئیم تصویر در بی نهایت است.

ت. شیء بین کانون و آینه:



همانطور که در شکل دیده می شود پرتوهای بازتاب در جلوی آینه از هم دور می شوند،

امتداد آنها در پشت آینه یکدیگر را قطع می کنند، تصویر مجازی، بزرگتر از شیء و

مستقیم است.

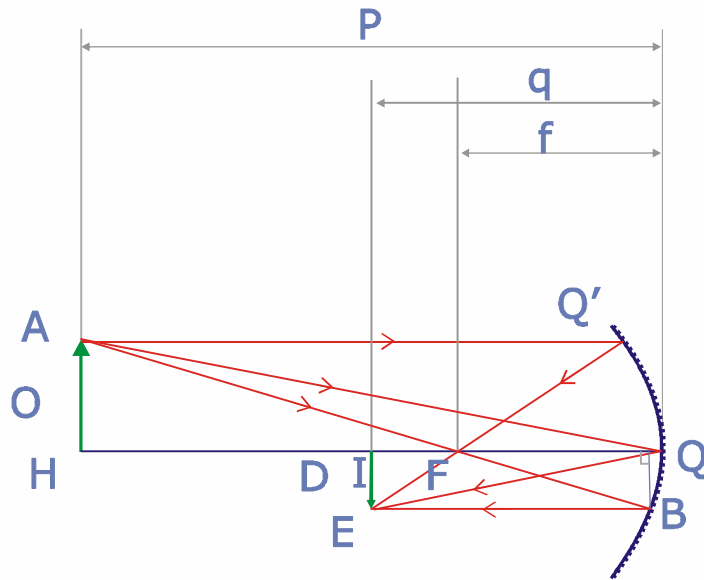
### 3-1-1. مدل ریاضی:

حال می خواهیم یک رابطه ریاضی بین فاصله شیء تا مرکز آینه ( $p$ ) و فاصله تصویر تا مرکز آینه

( $q$ ) و فاصله کانونی آینه  $f$  بیابیم: شکل زیر را در نظر بگیرید.







در شکل یکبار دیگر ترسیم پرتوها برای آینه کاو را مشاهده می‌کنید که به آن پرتو  $AQE$  را اضافه کرده‌ایم. این پرتو از شیء  $A$  به مرکز آینه، یعنی  $Q$  می‌تابد و از آنجا به  $E$  بازمی‌تابد چون آینه در نقطه  $Q$  بر خط  $HQ$  عمود است. قانون بازتاب ایجاب می‌کند که زاویه‌های  $AQH$  و  $EQH$  مساوی باشند. به علاوه، هر دو مثلث  $AQH$  و  $EDQ$  قائم‌الزاویه هستند. چون زاویه‌های این دو مثلث قائم‌الزاویه برابرند، دو مثلث متشابه‌اند. در نتیجه:

$$\frac{AH}{DE} = \frac{HQ}{PQ} = \frac{p}{q} = \frac{O}{I}$$

که  $O$  و  $I$  نشانه ارتفاعهای شیء و تصویرند.

حال دو مثلث قائم‌الزاویه  $AHF$  و  $BQ'F$  را در نظر می‌گیریم، که  $BQ'$  خطی است که از  $B$  عمود بر  $HQ$  رسم شده است. چون زاویه‌های  $HFA$  و  $BFQ'$  برابرند، این دو مثلث نیز متشابه‌اند و می‌توان

نوشت:

$$\frac{AH}{BQ'} = \frac{HF}{FQ'} = \frac{O}{I} = \frac{p-f}{f}$$

در این رابطه از فاصله  $QQ'$ ، که در مقایسه با فاصله کانونی  $f = QF$  کوچک است، چشم

پوشیده‌ایم. از ترکیب دو معادله بالا می‌رسیم به:

$$\frac{p}{q} = \frac{p-f}{f} = \frac{p}{f} - 1$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad (1)$$

که این معادله، معادله آینه است که بین  $p$  و  $q$  و  $f$  رابطه برقرار می‌کند و همانطوریکه از

برگشت پذیری انتظار می‌رود، این عبارت ریاضی نسبت به جابجا شدن فواصل شیء و تصویر متقارن

است. با توجه به معادله  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$  به چند نکته می‌توان اشاره کرد.

1. به ازای  $p \rightarrow \infty$  داریم  $q = f$  و با نزدیک شدن  $p$  به  $f$ ، مقدار  $q$  زیاد می‌شود که با بحث

کیفی سازگار است.

2. اگر  $p < f$  می‌بینیم که  $q$  باید منفی باشد تا در معادله (1) صدق کند؛ در این صورت  $q$

همیشه بزرگتر از  $p$  خواهد بود. مقدار منفی  $q$  یک نشانه ظاهری است که نشان می‌دهد

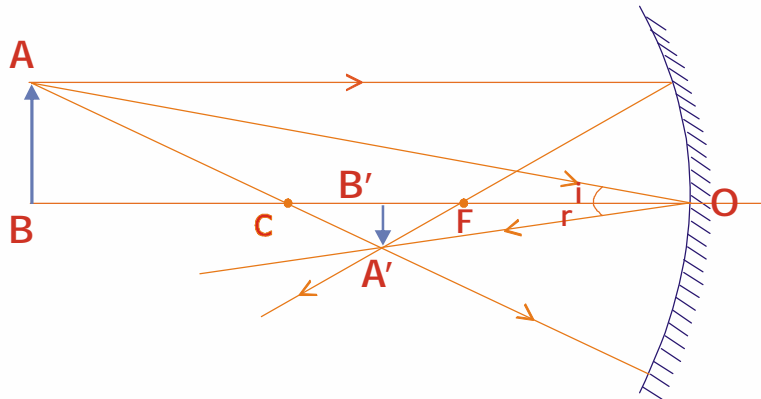
که تصویر مجازی است و به جای جلوی آینه در پشت آن تشکیل می‌شود.



### 4-1-1. بزرگنمایی در آینه مقعر:

بنا به تعریف، بزرگنمایی ( $m$ ) عبارت است از نسبت ارتفاع تصویر به شیء یعنی  $m = \frac{I}{O}$ . شکل

زیر را در نظر می‌گیریم:



$OA'$ ، بازتابش پرتو  $OA$  است بنابراین  $i = r$  و از آنجایی که دو مثلث  $AOB$ ،  $A'OB'$  قائم‌الزاویه

هستند، این دو مثلث متشابهند پس:

$$m = \frac{AB}{A'B'} = \frac{OB}{OB'} = \frac{q}{p} \quad (2)$$

که نتیجه بسیار مهم و ارزشمندی است. بنابراین:

$$m = \left| \frac{q}{p} \right| \quad (3)$$

علامت قدرمطلق از آن جهت است که ما در اثبات رابطه (2) علامت مقادیر  $p$  و  $q$  را در نظر

نگرفته‌ایم و فقط اندازه  $p$  و  $q$  را منظور داشته‌ایم. لذا در هنگام حل مسئله باید توجه شود که مقدار  $m$

یک عدد مثبت می باشد و لذا دیگر مقادیر  $p$  و  $q$  را با علامتشان در رابطه (3) قرار داده شود، باید آن را

از یک قدرمطلق عبور داد.

شبکه رشد = شبکه ملی مدارس ایران



[Olympiad.roshd.ir](http://Olympiad.roshd.ir)