

## آینه کوژ

### آینه کوژ (محدب)

آینه‌های کوژ (محدب)، آینه‌های کروی هستند، که قسمت خارجی و برآمده آنها صیقلی و

بازتابنده نور است.



**مرکز \_ محور اصلی.** مرکز کره‌ای که آینه قسمتی از آن است را مرکز آینه (نقطه  $C$ ) می‌نامند

خطی که از مرکز آینه و وسط آینه (نقطه  $S$ ) می‌گذرد، محور اصلی آینه نامیده می‌شود.

**توجه.** تمام پرتوهایی که در آینه محدب (کوژ) برخورد می‌کند، از قانون انعکاس پیروی می‌کنند

یعنی زاویه تابش یک پرتوی برخورد کننده با زاویه انعکاس آن از آینه باهم برابر است.

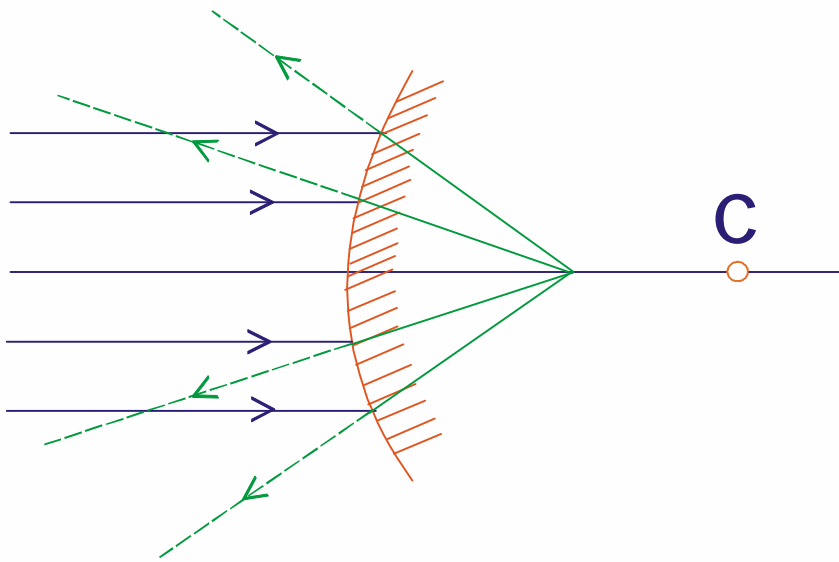


## 1-2-1 کانون آینه محدب (کوژ)

سؤال. پرتویی که در امتداد محور اصلی آینه محدب (کوژ) به آن بتابد در چه راستایی

بازمی تابد؟

جواب. به شکل توجه کنید.



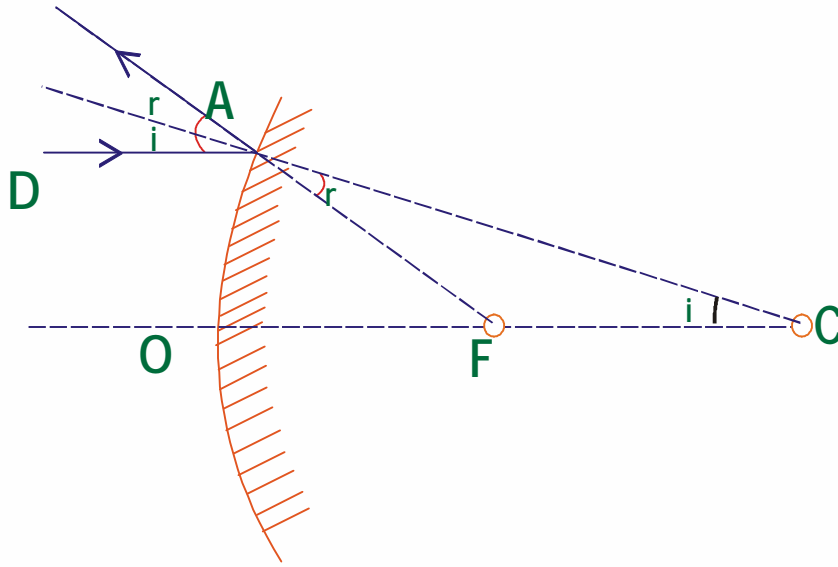
مسیر دسته پرتوهای موازی با محور اصلی آینه تابیده می شوند را دنبال می کنیم.

تمام این پرتوها چنان بازتابش می کنند (اگر فاصله این پرتوها از محور، در مقایسه با شعاع

انحنای آینه کوچک باشد) که به نظر می رسد از یک نقطه (روی محور) در پشت آینه (مجازی) خارج

می شود.

اکنون محل کانون آینه کوژ را به ترتیب زیر پیدا می کنیم.



آینه کوژ شکل بالا قسمتی از کره  $C$  است. چون شعاع همیشه بر سطح کره عمود است، خط  $CA$  در نقطه  $A$  بر سطح آینه عمود خواهد بود.

پرتو  $DA$ ، که محور آینه،  $CD$ ، موازی است و در  $A$  بر آینه فرود می‌آید، بنا بر قانون بازتابش چنان باز می‌تابد که مطابق شکل،  $i = r$  با توجه به شکل نتیجه می‌گیریم که مثلث  $CFA$  متساوی‌الساقین است، یعنی  $CF = FA$  و همچنین با توجه به این نکته که  $OA \ll OC$  ( $OA$  خیلی کوچکتر از  $OC$ )، در این صورت زاویه‌های  $r$  و  $i$  کوچک‌اند، و  $CF = FA \approx FD \approx \frac{1}{2}CO$ . تمام این پرتوهای موازی با محور آینه، پس از بازتاب به نظر می‌رسد که از نقطه  $F$  یعنی کانون آینه که در وسط آینه و مرکز انحنای آن قرار دارد تابیده می‌شوند. اگر شعاع انحنای آینه را  $R$  بگیریم داریم:

$$OF = f = \frac{R}{2}$$

که  $f$  فاصله کانونی آینه است.

**نکته مهم.** و بر عکس، پرتوهایی که امتداد آن‌ها در پشت آینه از کانون بگذرند، به موازات محور آینه از آن بازمی‌تابند.

## 2-1-2 رسم پرتوهای بازتاب در آینه کوژ (محدب):

تمام پرتوهایی که با آینه محدب برخورد می‌کنند از کانون انعکاس پیروی می‌کنند. یعنی زاویه‌ی تابشی یک پرتوی برخوردکننده با زاویه‌ی انعکاس آن از آینه با هم برابر است. و از این قانون برای پیدا کردن محل تصویر می‌توان استفاده کرد. اما به طور عملی استفاده از نقاط برای رسم پرتوی بازتابشی کار سختی است. بنابراین معمولاً از چند پرتویی که مسیر آنها به راحتی قابل تشخیص است استفاده می‌کنند. سه پرتو اصلی عبارتند از:

1. هر پرتویی که امتداد تابش آن در پشت آینه از مرکز آینه محدب (کوژ) بگذرد روی

خودش بازمی‌تابد. (دلیل آن خیلی ساده است چون پرتو در امتداد شعاع سطح انحنای

انحنای کروی است، شعاع هم بر سطح انحناء عمود است.)

2. هر پرتویی که موازی محور اصلی به آینه محدب (کوژ) بتابد، چنان بازمی‌تابد که امتداد

آن در پشت آینه از کانون آینه بگذرد.

3. اگر پرتو تابش چنان بر آینه محدب (کوژ) بتابد که امتداد آن از کانون بگذرد، پرتو

بازتاب آن موازی محور اصلی خواهد بود.



## 2-1-2 چگونگی تشکیل تصویر در آینه‌های محدب:

به طور کلی در آینه‌های کروی دو نوع تصویر داریم: تصویر مجازی و تصویر حقیقی.

**الف.** تصویر مجازی: تصویر مجازی از برخورد امتداد پرتوهای بازتابش (در پشت آینه) تشکیل

می‌شود، تصویر مجازی، تصویر مستقیم است.

**ب.** تصویر حقیقی: تصویر حقیقی از برخورد پرتوهای بازتابش (در جلوی آینه) تشکیل

می‌شود. به عبارت دیگر اگر پرتوهای بازتاب خودشان یکدیگر را قطع کنند، تصویر

حقیقی است. تصویر حقیقی را می‌توان روی پرده یا فیلم عکاسی تشکیل داد.

### روش رسم تصویر در آینه‌های محدب:

تمام پرتوهایی که به آینه محدب برخورد می‌کنند از قانون انعکاس پیروی می‌کنند. اما به طور

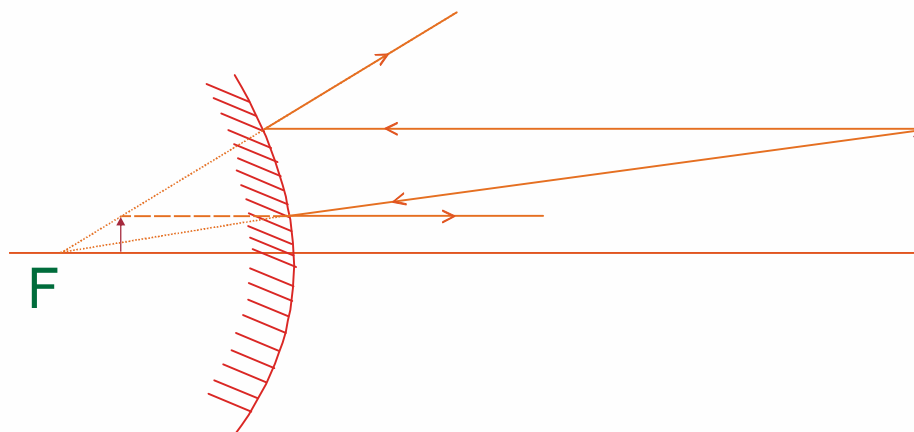
عملی استفاده از نقاط برای رسم پرتوی بازتابشی کار سختی است. بنابراین، معمولاً برای رسم پرتوی

بازتابش از پرتوهایی که مسیر آنها براحتی قابل تشخیص است (سه پرتو اصلی) استفاده می‌کنیم. البته

برای به دست آوردن تصویر استفاده از دو پرتو مختلف کافی است.

حال تصویر شیء  $AB$  را در یک آینه محدب رسم می‌کنیم.





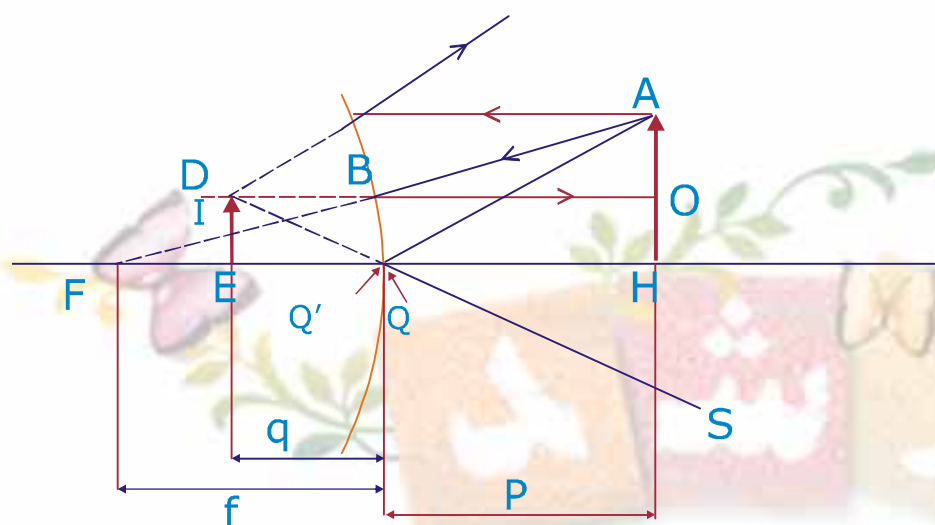
همانطور که می بینید تصویر یک جسم در آینه محدب همواره مجازی، کوچکتر و مستقیم

می باشد.

### 3-2-1 مدل ریاضی:

حال می خواهیم یک رابطه ریاضی بین فاصله شیء تا مرکز آینه ( $P$ ) و فاصله ی تصویر تا مرکز

آینه ( $q$ ) و فاصله کانونی آینه  $f$  بیابیم: شکل زیر را در نظر بگیرید:



در شکل یک بار دیگر ترسیم پرتوها برای آینه‌ی کاو را مشاهده می‌کنید که به آن پرتو  $AQ$  را

اضافه کرده‌ایم. این پرتو از نقطه  $A$  به مرکز آینه، یعنی  $Q$  می‌تابد چون آینه در نقطه  $Q$  بر خط  $HQ$  عمود

است قانون بازتاب ایجاب می‌کند  $\hat{A}QH$  و  $\hat{S}QH$  با هم برابر باشند. چون در مثلث  $\hat{A}HQ$  و  $\hat{D}EQ$

قائم‌الزاویه‌اند و دو زاویه  $\hat{A}QH$  و  $\hat{D}QE$  با هم برابرند، این دو مثلث متشابه نیز هستند لذا:

$$\frac{AH}{DE} = \frac{HQ}{EQ} = \frac{O}{I} = \frac{p}{q} \quad (1)$$

که  $O$  و  $I$  نشانه ارتفاع‌های شیء و تصویرند.

حال دو مثلث قائم‌الزاویه  $\hat{F}AH$  و مثلث  $\hat{F}BQ'$  را در نظر می‌گیریم، که خط  $BQ'$  خطی است که

از  $B$  عمود بر  $HQ$  رسم شده است. چون  $BQ' \parallel AH$  است لذا این دو مثلث متشابه نیز می‌باشند، لذا

خواهیم داشت:

$$\frac{AH}{BQ'} = \frac{HF}{FQ'} = \frac{O}{I} = \frac{p+f}{f} \quad (2)$$

در این رابطه از فاصله  $QQ'$  که در مقایسه با فاصله کانونی  $f = Qf$  کوچک است، چشم

پوشیده‌ایم. از ترکیب دو معادله بالا می‌رسیم به:

$$\begin{aligned} \frac{p}{q} &= \frac{p+f}{f} = \frac{p}{f} + 1 \\ \Rightarrow \frac{1}{p} - \frac{1}{q} &= \frac{-1}{f} \end{aligned} \quad (3)$$

در این اثبات مقادیر  $f$  و  $p$  و  $q$ ، اندازه‌شان در نظر گرفته شده است، معمولاً این رابطه را به

صورت کلی

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad (4)$$

می‌نویسند. در آینه محدب چون محل کانون مجازی و تصویر نیز مجازی است، مقادیر  $f$  و  $q$  را با علامت

منفی در رابطه قرار می‌دهند. که در نتیجه این رابطه با رابطه (3) فرقی نمی‌کند. بلکه باید دقت شود که

علامت مجازی بودن یا در فرمول رعایت شود و یا در مقدار دادن به  $f$  و  $q$ .

با توجه به معادله (3) به چند نکته می‌توان اشاره کرد.

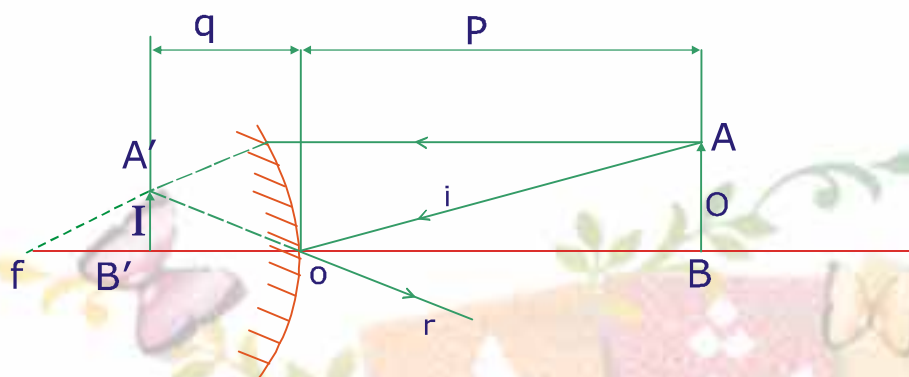
1. مقدار  $q$  همیشه کوچکتر یا برابر  $f$  می‌باشد. چون مقدار  $p$  مثبت است.

2. اگر  $p \rightarrow \infty$  برود،  $q = f$  می‌شود. و با نزدیک شدن  $p$  به  $f$  مقدار  $q$  کم می‌شود.

#### 1-2-4 بزرگنمایی در آینه‌ی محدب

بنابه تعریف، بزرگنمایی ( $m$ ) عبارت است از نسبت ارتفاع تصویر به شیء. یعنی  $m = \frac{I}{O}$

شکل زیر را در نظر بگیرید.





$OA'$  امتداد پرتو بازتاب  $r$  است و از آنجا که دو مثلث  $OAB$  و  $OA'B'$  قائم‌الزاویه‌اند، لذا این دو

مثلث متشابه‌اند، پس:

$$m = \frac{AB}{A'B'} = \frac{OB}{OB'} = \frac{p}{q} \quad (1)$$

که نتیجه‌ی بسیار مهم و ارزشمندی است. بنابراین:

$$m = \left| \frac{q}{p} \right| \quad (2)$$

علامت قدرمطلق از آن جهت است که ما در اثبات رابطه (1) علامت مقادیر  $P$  و  $q$  را در نظر

نگرفته‌ایم و فقط اندازه  $p$  و  $q$  را منظور داشته‌ایم. لذا در هنگام حل مسئله باید توجه شود که مقدار  $m$

یک عدد مثبت می‌باشد و لذا اگر مقادیر  $p$  و  $q$  را با علامتشان در رابطه (2) قرار داده شود باید آن را از

یک قدرمطلق عبور داد.

