

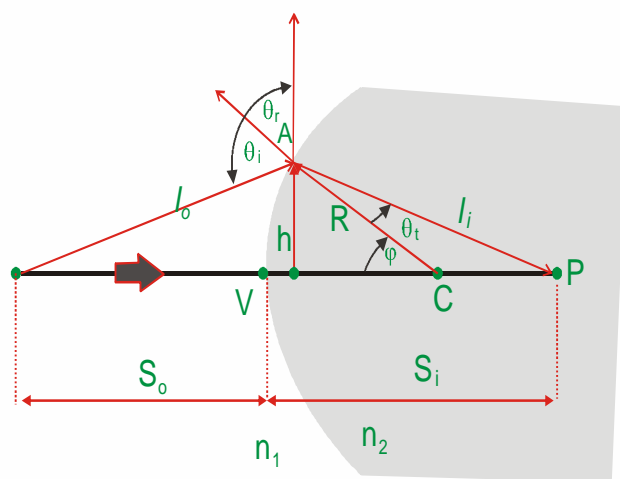
عدسی‌ها:

بی‌تردید پر مصرف‌ترین وسیله فیزیکی عدسی است و حقیقت این است که ما دنیا را از دریچه

یک جفت از آنها می‌بینیم. تاریخچه عدسی‌ها به شیشه‌های سوزان روزگار باستان برمی‌گردد.

شکل (1) پرتوهای نوری را نشان می‌دهد که از چشمه نقطه‌ای K ، به یک سطح کروی با شعاع R و

به مرکز C برخورد می‌کند نشان می‌دهد.

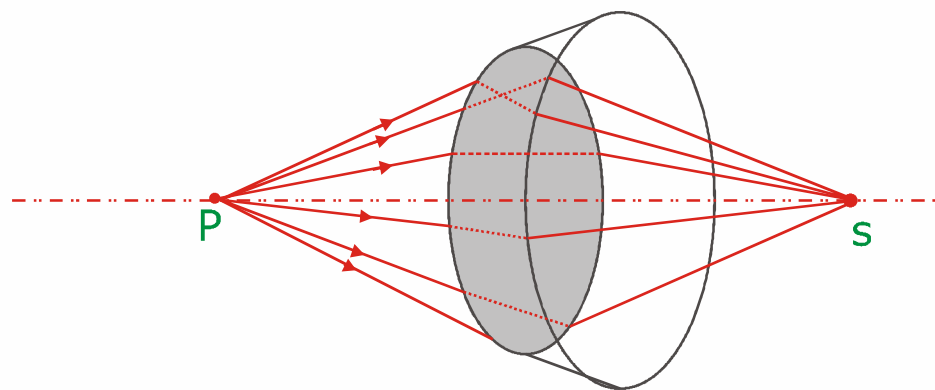


شکل 1. شکست در یک سطح مشترک کروی

پرتو (SA) در سطح مشترک به سوی عمود موضعی ($n_2 > n_1$)، و بنابراین به سوی محور نوری

شکسته خواهد شد. فرض می‌کنیم که این پرتو محور را در نقطه‌ای مثل P قطع کند، همان طور که تمام

پرتوهای فرودی دیگر تحت همین زاویه q_i ، محور را در نقطه P قطع خواهند کرد (شکل 2)



شکل 2. پرتوهای فرودی با زاویه یکسان

بنابر اصل فرما طول راه نوری ($O.P.L$) ثابت خواهد بود، یعنی مشتق آن نسبت به تغییر مکان

صفر است. در مورد پرتو مورد نظر داریم.

$$(O.P.L) = n_1 \mathbf{l}_o + n_2 \mathbf{l}_i \quad (1)$$

با استفاده از قانون کسینوس‌ها در مثلث‌های SAC و ACP همراه با این حقیقت که

$$\cos \varphi = -\cos (180 - \varphi) \text{ ، به دست می آوریم:}$$

$$\mathbf{l}_o = \left[R^2 + (s_o + R)^2 - 2R(s_o + R)\cos \varphi \right]^{\frac{1}{2}}$$

9

$$\mathbf{l}_i = \left[R^2 + (s_i - R)^2 + 2R(s_i - R)\cos \varphi \right]^{\frac{1}{2}}$$

$O.P.L$ را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$(O.P.L) = n_1 \left[R^2 + (s_0 + R)^2 - 2R(s_0 + R)\cos\phi \right]^{\frac{1}{2}} + n_2 \left[R^2 + (s_i - R)^2 + 2R(s_i - R)\cos\phi \right]^{\frac{1}{2}}$$

تمام کمیات موجود در جدول زیر، یعنی s_0 , s_i , R و جز اینها، اعدادی مثبت‌اند و شالودهٔ یک

قرارداد علامتی را تشکیل می‌دهند که به تدریج آشکار می‌شود و ما هر از چندگاه به آن باز خواهیم

گشت (جدول 1). از آنجا که نقطهٔ A در انتهای یک شعاع ثابت حرکت می‌کند (یعنی، ثابت $R = \phi$

متغیر مکانی است و بنابراین با قرار دادن $\frac{d(O.P.L)}{dj} = 0$ از طریق اصل فرما داریم:

$$\frac{n_1 R (s_0 + R) \sin j}{2l_0} - \frac{n_2 R (s_i - R) \sin j}{2l_i} = 0$$

که از آن نتیجه می‌شود:

$$\frac{n_1}{l_0} + \frac{n_2}{l_i} = \frac{1}{R} \left(\frac{n_2 s_i}{l_i} - \frac{n_1 s_0}{l_0} \right) \quad (2)$$

جدول (1). قرارداد علامتی برای سطوح شکستی کروی و عدسی‌های نازک (نور از سمت چپ وارد می‌شود)

سمت چپ V ، علامت +	s_0, f_0
سمت چپ F_0 ، علامت +	X_0
سمت راست V ، علامت +	s_i, f_i
سمت راست F_i ، علامت +	X_i
اگر C سمت راست V باشد، علامت +	R

رابطه (2)، رابطه‌ای است که باید برای پرتویی که از راه شکست در یک سطح مشترک کروی از S

به P می‌رود، بین پارامترها برقرار باشد. گرچه این عبارت نشانه‌ای از دقت دارد، ولی نسبتاً پیچیده است.

اگر A با تغییر j به موضع جدیدی حرکت داده شود، پرتو جدید، محور نوری را در P قطع نخواهد کرد.

تقریب‌هایی که برای نشان دادن I_0 و I_i به کار می‌روند، و به موجب آن معادله (2) را ساده می‌کنند، در

تمام آنچه در پی می‌آید کاملاً تعیین کننده است. بسط تیلور $\cos j$ و $\sin j$ به صورت زیر می‌باشد:

$$\cos \varphi = 1 - \frac{\varphi^2}{2!} + \frac{\varphi^4}{4!} - \frac{\varphi^6}{6!} + \dots$$

$$\sin \varphi = \varphi - \frac{\varphi^3}{3!} + \frac{\varphi^5}{5!} - \frac{\varphi^7}{7!} + \dots$$

و بنابراین اگر مقادیر کوچک j را در نظر بگیریم، یعنی A به V نزدیک باشد، آنگاه $\cos j \approx 1$ ،

در نتیجه از عبارت‌های مربوط به I_0 و I_i به دست می‌آید: $I_0 \approx s_0$ ، $I_i \approx s_i$ و با آن تقریب داریم:

$$\frac{n_1}{s_0} + \frac{n_2}{s_i} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (3)$$

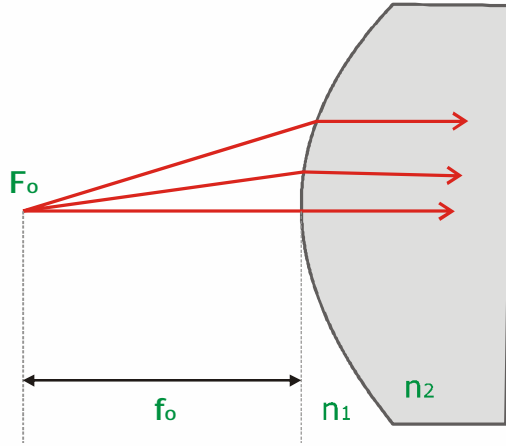
پرتوهایی که نسبت به محور نوری با زوایای کوچک وارد می‌شوند (چنان که j و h به طور

مناسبی کوچک باشند)، پرتوهای پیرا محوری نامیده می‌شوند.

اگر تصویر نقطه F_0 در شکل 3 در بی‌نهایت ($s_i = \infty$) تشکیل شود، داریم

$$\frac{n_1}{s_0} + \frac{n_2}{\infty} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (\infty: \text{بی نهایت})$$





شکل 3- پرتوهای موازی که آن سوی یک سطح مشترک کروی منتشر می شوند. کانون شیئی

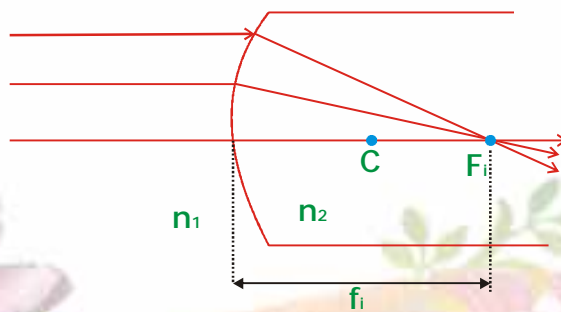
این فاصله شیئی ویژه به عنوان طول کانونی اول یا فاصله کانونی شیئی $s_o = f_o$ تعریف شده

است. بنابراین:

$$f_o = \frac{n_1}{n_2 - n_1} R \quad (4)$$

خود نقطه F_o به کانون شیئی یا کانون اول مشهور است. به همین ترتیب کانون تصویر با کانون

دوم نقطه محوری F_i که به ازای $s_o = \infty$ تصویر در آنجا تشکیل می شود.



شکل 4. تغییر شکل پرتوهای موازی در یک سطح مشترک کروی - کانون تصویر

یعنی:

$$\frac{n_1}{\infty} + \frac{n_2}{s_i} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

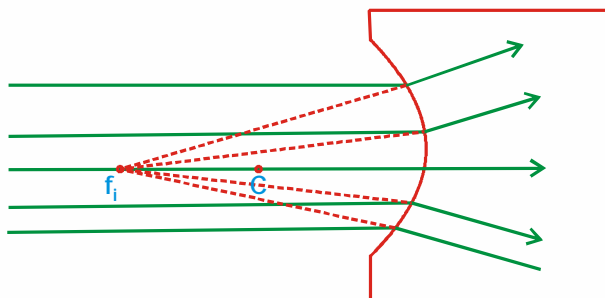
در این حالت خاص، با تعریف فاصله کانونی تصویر با فاصله کانونی دوم f_i مساوی با s_i (شکل 4)،

داریم

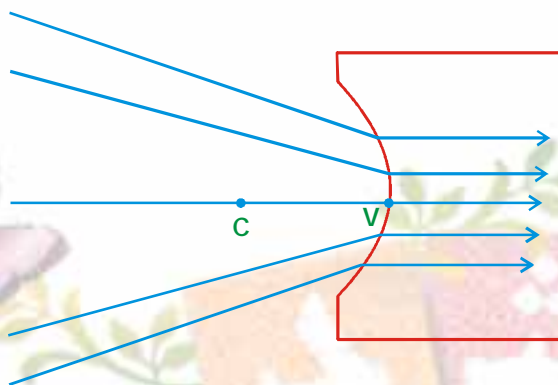
$$f_i = \frac{n_2}{n_2 - n_1} R \quad (5)$$

یادآوری می‌کنیم که یک تصویر هنگامی مجازی بود که پرتوها از آن واگرا می‌شدند (شکل 5).

به همین ترتیب، یک شیء هنگامی مجازی است که پرتوها به سوی آن همگرا شوند. (شکل 6).



شکل 5. تصویر نقطه‌ای مجازی.









شکل 6. شیء نقطه‌ای مجازی

ملاحظه می‌کنیم که اکنون شیء مجازی در سمت راست رأس است و بنابراین باید s_0 همچون کمیتی منفی در نظر گرفته شود. به علاوه سطح کاو است و شعاع آن نیز همان‌طور که از معادله (4) برمی‌آید، منفی خواهد بود زیرا f_0 منفی است. به همین طریق فاصله تصویر مجازی که در سمت چپ V ظاهر می‌شود منفی است.

از لحاظ معنی سنتی، عدسی عبارت از یک سیستم نوری شامل دو یا چند سطح مشترک شکستی است که دست کم یکی از آنها خمیده باشد. هنگامی که یک عدسی از یک عنصر تشکیل شده است، یعنی هنگامی که نقطه دو سطح شکستی دارد، یک عدسی ساده است. وجود بیش از یک عنصر، از آن یک عدسی مرکب به وجود می‌آورد. عدسی ساده اشکال گوناگونی را که در شکل 7 نشان داده شده است می‌پذیرد. عدسی‌هایی را که تحت نام‌های گوناگون کوژ، همگرا، یا مثبت شناخته شده‌اند در مرکز کلفت‌ترند و بنابراین تمایل به همگراتر کردن پرتوها دارند. البته فرض می‌شود که ضریب شکست عدسی بیش از ضریب شکست محیطی است که در آن غوطه‌ور است.



کوژ	کاو
 دو کوژ	 دو کاو
 کوژ تخت	 کاو تخت
 کوژ هلالی	 کاو هلالی

شکل 7. مقاطع عدسی‌های گوناگون ساده کروی مرکب‌دار.

از سوی دیگر وسط عدسی‌های کاو، واگرا یا عدسی‌های منفی نازکتر است و این عدسی‌ها تمایل دارند که آن بخش از پرتوهایی که به وسط عدسی برمی‌خورند. واگراتر کنند. حال می‌خواهیم بدانیم با چه معادله‌ای می‌توان مکان تصویر را در عدسی‌هایی نازک بدست آورد.

اکنون لحظه‌ای به مبحث قبل که در آن نقاط همیوگ S و P به شکل زیر مشخص می‌شود.

برمی‌گردیم:

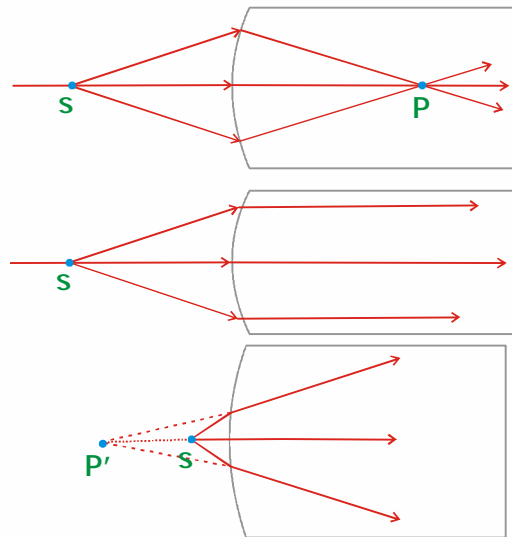
$$\frac{n_1}{s_o} + \frac{n_2}{s_i} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (3)$$

هنگامی که s_o به ازای مقدار مشخصی $\frac{(n_2 - n_1)}{R}$ بزرگ باشد، s_i نسبتاً کوچک است. هرچه

کاهش یابد s_i از رأس دور می‌شود، یعنی هم θ_i و هم θ_t افزایش می‌یابند تا سرانجام $s_o = f_o$ و

$s_i = \infty$. در آن نقطه $\frac{n_L}{s_o} = \frac{(n - n_1)}{R}$ ، به طوری که اگر s_o کوچکتر شود، به ناچار جهت برقراری

معادله (3)، s_i منفی خواهد شد. به بیانی دیگر، تصویر مجازی می شود (شکل 8)



شکل 8. شکست در یک سطح مشترک کروی

حال می خواهیم محل نقاط همیوگ را برای یک عدسی با ضریب شکست n_L که محیطی با ضریب

شکست n_m آن را فراگرفته است، مانند شکل 9 که در آن انتهای دیگری روی قطعه شکل 8 ج

تراشیده ایم، تعیین کنیم. مسلماً این عمومی ترین مجموعه شرایط نیست اما معمول ترین آنهاست، و حتی

اگر بخواهیم بیشتر متقاعد شویم، ساده ترین شرایط است.

از معادله 3 می دانیم که پرتوهای پیرامحوری که از S واقع در فاصله s_{o1} خارج می شوند، به نقطه

P' به فاصله ای از V_1 که اکنون ما آن را s_{i1} می نامیم و از رابطه زیر به دست می آید، برخورد خواهند کرد:

$$\frac{n_m}{s_{o1}} + \frac{n_L}{s_{i1}} = \frac{n_L - n_m}{R_1} \quad (6)$$

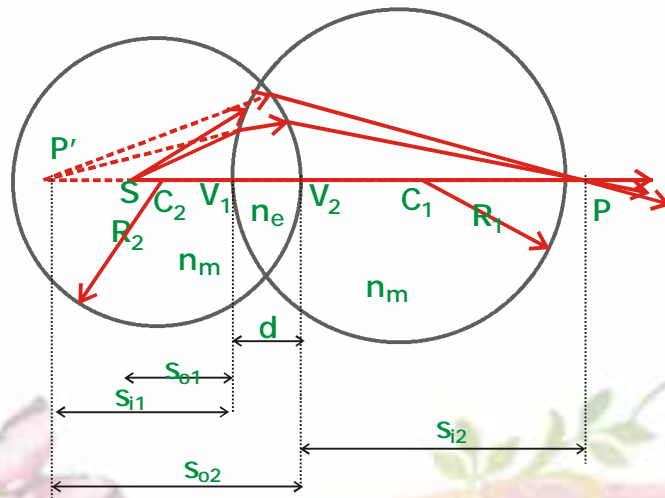
بنابراین تا آنجا که به سطح دوم مربوط می‌شود، این سطح پرتوهایی را که از P' به سویش می‌آیند، و همچون شیء نقطه‌ای آن در فاصله s_{o2} دورتر عمل می‌کند، «می‌بینید». به علاوه، پرتوهایی که به آن سطح دوم می‌رسند درون محیطی با ضریب شکست n_1 هستند. بنابراین، ضریب شکست فضای شیء برای سطح مشترک دوم شامل P' ، n_1 است. توجه کنید که پرتوهایی که از P' به آن سطح می‌رسند، در واقع خطوط راست هستند. با توجه به این که

$$|s_{o2}| = |s_{o1}| + d$$

و از آنجا که s_{o2} در سمت چپ و بنابراین مثبت است $|s_{o2}| = |s_{o1}|$ ، در حالی که s_{i1} نیز در سمت

چپ و بنابراین منفی است، یعنی $-s_{i1} = |s_{i1}|$ داریم:

$$s_{o2} = -s_{i1} + d \quad (7)$$



شکل 9. عدسی کروی

بنابراین اگر معادله (3) برای سطح دوم به کار برده شود، خواهیم داشت:

$$\frac{n_1}{(-s_{i1} + d)} + \frac{n_m}{s_{i2}} = \frac{n_m - n_1}{R_2} \quad (8)$$

در اینجا $n_1 > n_m$ و $R_2 > 0$ ، بنابراین سمت راست مثبت است. اگر معادلات (6) و (8) را با هم

جمع کنیم نتیجه می شود.

$$\frac{n_m}{s_{o1}} + \frac{n_m}{s_{i2}} = (n_1 - n_m) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{n_1 d}{(s_{i1} - d) s_{i1}} \quad (9)$$

چنانچه عدسی به اندازه کافی نازک باشد ($d \rightarrow 0$)، جمله آخر سمت راست به طور مؤثری

صفر است. برای ساده سازی بیشتر، فرض کنید که محیط فراگیرنده هوا باشد، (یعنی $n_m \approx 1$). بنابراین،

معادله بسیار مفید عدسی نازک را خواهیم داشت که غالباً به آن فرمول عدسی ساز می گویند.

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = (n_1 - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (10)$$

که در آن می نشانیم: $s_{o1} = s_o$ و $s_{i2} = s_i$. هر گاه $d \rightarrow 0$ ، نقاط V_1 و V_2 یکی می شوند به

طوری که s_o و s_i را می توان از هر یک رئوس یا از مرکز عدسی اندازه گیری کرد.

درست همانند مورد سطح تک کروی، اگر s_o به بی نهایت منتقل شود، فاصله تصویر، همان فاصله

کانونی، f_i ، می شود یا به طور نمادی

$$\lim_{s_o \rightarrow \infty} s_i = f_o$$

به همین ترتیب اگر s_i به بی نهایت منتقل شود، فاصله جسم، همان فاصله کانونی است

$$\lim_{s_i \rightarrow \infty} s_o = f_o$$

از معادله (10) بدیهی است که در مورد یک عدسی نازک $f_i = f_o$ و در نتیجه شاخص‌های پایین

را کلاً برمی‌داریم. بنابراین:

$$\frac{1}{f} = (n_1 - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (11)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} \quad \text{و}$$

متداول است که $s_o \equiv P$ ، $s_i \equiv q$ قرار دهند لذا،

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{P} + \frac{1}{q} \quad (12)$$

که فرمول مشهور گاوسی عدسی است. به عنوان مثالی از چگونگی به کارگیری این عبارتها،

فاصله کانونی یک عدسی کوژ _ تخت را که دارای شعاع خمیدگی 50 mm و ضریب شکست $1/5$ است،

در هوا محاسبه می‌کنیم. به فرض اینکه نور از سطح تخت وارد شود ($R_1 = \infty$ و $R_2 = -50$) ، آنگاه:

$$\frac{1}{f} = (1/5 - 1) \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{-50} \right)$$

در حالی که اگر نور به سطح خمیده برسد: ($R_2 = \infty$ ، $R_1 = +50$) آنگاه

$$\frac{1}{f} = (1/5 - 1) = \left(\frac{1}{+50} - \frac{1}{\infty} \right)$$

و در هر حال $f = 100 \text{ m}$. اگر شیء به طور متناوب در فواصل 600 ، 200 ، 150 و 50 mm از

عدسی و در هر دو طرف آن واقع شود، می‌توانیم نقاط تصویر را از معادله (12) پیدا کنیم.

$$\frac{1}{600} + \frac{1}{q} = \frac{1}{100}$$

و $q = 120 \text{ mm}$. به همین ترتیب، سایر فواصل تصویری به ترتیب عبارت‌اند از 200 mm

300 ، ∞ و -100 mm . جالب توجه آن است که هرگاه $P = \infty$ آنگاه $P = f$ هر چه q کاهش یابد f به

طور مثبت افزایش می‌یابد تا اینکه $P = f$ ، و از آن به بعد q منفی است. می‌توانید از نظر کمی این مطلب

را با یک عدسی کوژ ساده و یک چراغ الکتریکی کوچک بررسی کنید، احتمالاً لامپ «پرشدتی» که در

چراغ ماشین به کار می‌رود بسیار مناسب است. تا آنجا که ممکن است دور از چشمه قرار بگیرند، تصویر

روشنی از این چشمه را روی ورقه کاغذ سفیدی بیفکنید، باید قادر باشید لامپ را کاملاً واضح ببینید و

نه به صورت یک تصویر مات. آن فاصله تصویر تقریباً برابر f می‌شود. حال عدسی را به سوی S حرکت

دهید و q را چنان تنظیم کنید که تصویر واضحی تشکیل شود. مطمئناً q افزایش خواهد یافت. هر چه

$f \rightarrow q$ ، تصویر روشنی از رشته می‌تواند فقط روی پرده‌ای که فاصله آن در حال افزایش است، افکنده

شود. به ازای $P < f$ ، درست در جایی که دورترین دیوار مخروط پرتوهای واگراینده را قطع می‌کند،

یک تصویر مات وجود دارد. این تصویر مجازی است.

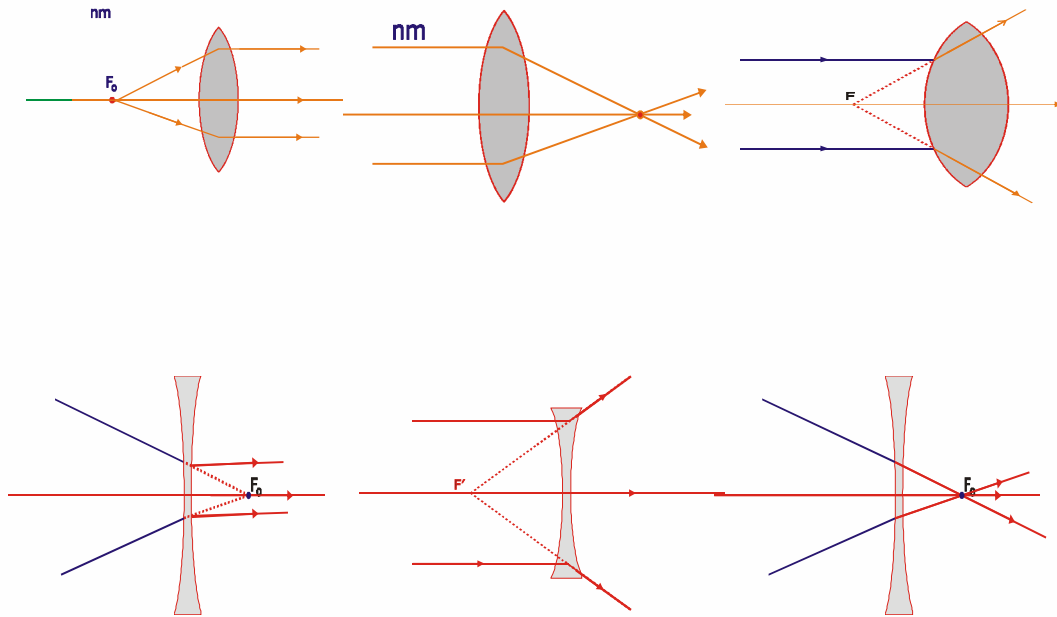
شکل 10 گوشه‌ای از حالاتی را که به طور تحلیلی از طریق معادله (11) توضیح داده شد، به طور

تصویری جمع‌بندی می‌کند. ملاحظه می‌کنید که اگر یک عدسی با ضریب شکست n_1 در محیطی با

ضریب شکست n_m باشد:

$$\frac{1}{f} = (n_{1m} - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (13)$$

$$n_{1m} = \left(\frac{n_1}{n_m} \right) \text{ ضریب شکست نسبی می‌باشد}$$



شکل 10. فاصله‌های کانونی در عدسی‌های همگرا و واگرا

فاصله‌های کانونی در شکل 10 الف و ب مساوی‌اند زیرا در هر طرف عدسی محیط واحدی وجود

دارد. از آنجا که $n_1 > n_m$ ، نتیجه می‌شود که $n_{Im} > 1$. در هر دو حالت، $R_1 > 0$ و $R_2 < 0$ ، به طوری

که هر فاصله کانونی مثبت است. در (الف) یک شیء حقیقی و در (ب) یک تصویر حقیقی داریم. در (ج)

و $n_1 > n_m$ در نتیجه f منفی است. در (د) و (ه)، $n_{Im} > 1$ ولی $R_1 < 0$ ، در حالی که $R_2 > 0$ و

بنابراین f دوباره منفی است و جسم در یک حالت و تصویر در حالت دیگر، مجازی‌اند. آخرین حالت نشان

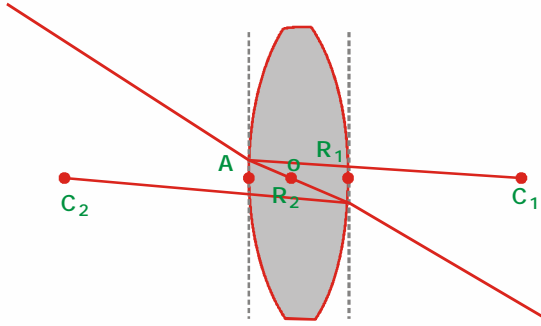
می‌دهد که $n_{Im} < 1$ و از آنجا یک $f > 0$ به دست می‌آید.

توجه کنید که در هر مورد به ویژه مناسب آن است که پرتوی از مرکز عدسی رسم کنیم که، چون

این پرتو بر هر دو سطح عمود است، منحرف نمی‌شود.

یک پرتو پیرا محوری خارج از محور، آن طور که در شکل 11 نشان داده شده است، در نظر

می‌گیریم. این پرتو، موازی با راستای فرودی آن از عدسی خارج می‌شود.



تأکید می‌کنیم که تمامی این گونه پرتوها از نقطه‌ای که مرکز نوری عدسی، O ، نامیده می‌شود خواهند گذشت.

برای مشاهده این مطلب، دو صفحه موازی که هر کدام در یک طرف عدسی و در نقاط A و B بر آن مماس‌اند، رسم می‌کنیم. این کار با انتخاب دو نقطه A و B به طوری که شعاع‌های AC_1 و BC_2 خود موازی باشند، به آسانی انجام شدنی است. می‌خواهیم نشان دهیم پرتو پیرا محوری که AB را می‌پیماید، از راستایی که به عدسی وارد می‌شود در همان راستا هم آن را ترک می‌کند. از نمودار روشن است که مثلث‌های AOC_1 و BOC_2 ، به معنی هندسی متشابه‌اند و بنابراین اضلاع آنها با هم متناسب است. پس $|R_1| \left(\overline{OC_2} \right) = |R_2| \left(\overline{OC_1} \right)$ و از آنجا که شعاع‌ها ثابت‌اند، محل O ثابت است و به A و B بستگی ندارد.

همان طوری که بیشتر دیدیم پرتویی که از یک محیط محدود به صفحه‌های موازی بگذرد به طور خراشان جابه‌جا می‌شود، ولی انحراف زاویه‌ای نخواهد داشت. این جابه‌جایی با ضخامت متناسب است که برای عدسی نازک چشم پوشیدنی است. بنابراین، پرتوهایی را که از O می‌گذرد می‌توان به صورت خطوط راست رسم کرد. معمول است که در هنگام بررسی عدسی‌های نازک فقط نقطه O را در نیمه راه بین رأس‌ها قرار می‌دهند.