

نیروی اصطکاک:

اگر جسمی به جرم m را با سرعت اولیه v_0 روی میزی افقی رها کنیم، سرانجام خواهد ایستاد. این یعنی که جسم در طی حرکتش یک شتاب متوسط \bar{a} دارد که در خلاف جهت حرکت است. هر وقت (در چارچوبهای لخت) ببینیم که جسمی شتاب دارد، نیرویی به حرکت جسم وابسته می‌کنیم، که طبق قانون دوم نیوتن تعریف می‌شود. در مورد بالا می‌گوییم که میز، بر جسمی که بر آن می‌لغزد، یک نیروی اصطکاک وارد می‌کند که متوسط آن $m\bar{a}$ است. عموماً منظورمان از اصطکاک، یک برهم کنش تماسی بین جامدات است. آثار شبیه به اصطکاکی را که در مایعات و گازها ایجاد می‌شوند با اصطلاحات دیگری توصیف می‌کنیم.

در واقع، هرگاه که سطح جسمی بر سطح جسم دیگری بلغزد، هر جسم یک نیروی اصطکاک به دیگری وارد می‌کند. نیروی اصطکاک وارد بر هر جسم در جهت خلاف حرکت آن نسبت به جسم دیگر است. نیروی اصطکاک، خود به خود با این حرکت نسبی مقابله می‌کند و هیچگاه به آن کمک نمی‌کند. حتی اگر هیچ حرکت نسبی هم در کار نباشد، ممکن است بین سطوح نیروی اصطکاک وجود داشته باشد. تا کنون از آثار نیروی اصطکاک چشم پوشیده‌ایم، اما اصطکاک در زندگی روزمره بسیار مهم است. اگر فقط نیروی اصطکاک در کار باشد، هر محور چرخنده‌ای سرانجام خواهد ایستاد. در اتومبیل، حدود 20٪ توان موتور صرف مقابله با اصطکاک می‌شود. اصطکاک موجب خوردگی و گرفتگی قطعات متحرک می‌شود و مهندسان تلاش زیادی برای کاهش آن می‌کنند. از طرف دیگر، بدون اصطکاک نمی‌شود راه

رفت، نمی‌شود مدادی بدست گرفت و تازه اگر بشود هم، اصلاً نمی‌شود نوشت؛ حمل و نقل با وسایل چرخدار هم، چنانکه می‌دانیم، غیرممکن می‌شود.

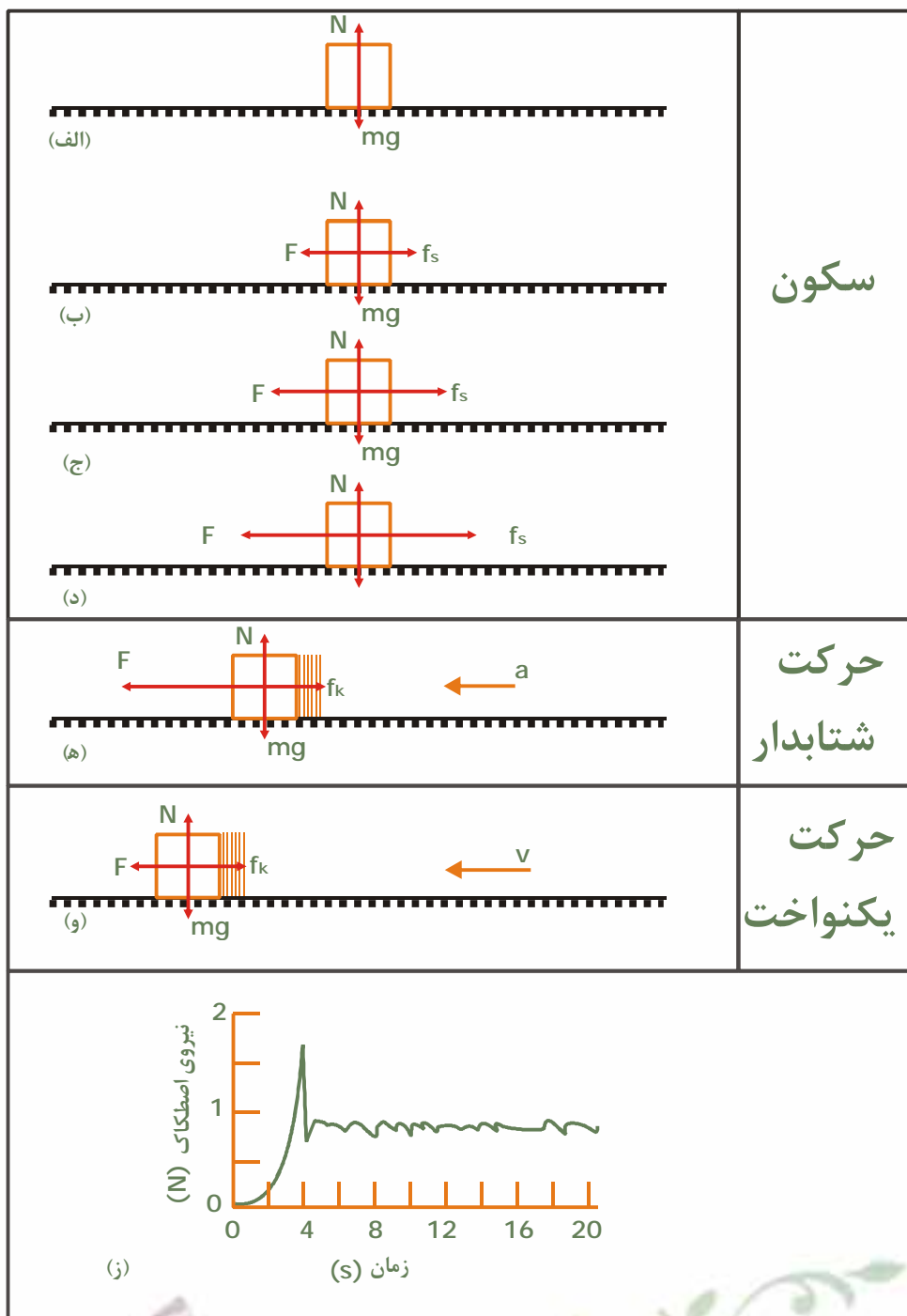
حالا می‌خواهیم که نیروی اصطکاک را بر حسب خواص جسم و محیط توصیف کنیم؛ یعنی می‌خواهیم قانون نیروی اصطکاک را بدانیم. در آنچه می‌آید، لغزش (نه غلتش) یک سطح خشک (روغنکاری نشده) را بر سطحی دیگر بررسی می‌کنیم. چنانکه بعداً خواهیم دید، اصطکاک در سطح میکروسکوپی پدیده‌ای بسیار پیچیده است. قوانین نیروی اصطکاک لغزشی خشک، ماهیت تجربی دارند و نتایجشان هم تقریبی است. در این قوانین سادگی، دقت، و زیبایی قانون نیروی گرانشی یا قانون نیروی الکتروستاتیک وجود ندارد. اما جالب است که از بررسی سطوح بی‌شماری معلوم می‌شود که بسیاری از ویژگی‌های اصطکاک را بطور کیفی می‌توان بر اساس چند ساز و کار ساده فهمید.

جسمی را در نظر بگیرید که روی میزی افقی ساکن است (شکل (A) الف) فیزی به این جسم می‌بندیم که نیروی افقی F لازم برای به حرکت در آوردن آن را بسنجد. اگر نیروی کوچکی به جسم وارد کنیم، خواهیم دید که جسم حرکت نمی‌کند (شکل (A) ب) در این صورت، می‌گوییم که میز هم نیروی اصطکاک مقاوم f را بر جسم وارد می‌کند؛ این نیرو در راستای سطح تماس است. با افزایش نیرویی که اعمال می‌کنیم (شکل‌های (A) ج و (A) د) خواهیم دید که نیروی معینی وجود دارد که در آن، جسم از سطح "کنده می‌شود" و شتاب می‌گیرد (شکل (A) ه). پس از شروع حرکت، با کاهش مقدار نیرو خواهیم دید که می‌توان جسم را در حالت حرکت یکنواخت نگهداشت (شکل (A) و). شکل (A) ز نتایج یکی از آزمایش‌های سنجش نیروی اصطکاک را نشان می‌دهد. در حدود $t = 2s$ ، اعمال نیرو شروع می‌شود و این نیرو به تدریج افزایش می‌یابد. در این مدت، نیروی اصطکاک هم همراه با F زیاد می‌شود و جسم

هنوز ساکن است. در $t = 4s$ ، جسم یکباره شروع به حرکت می‌کند و از آن پس نیروی اصطکاک، مستقل از نیرویی که اعمال می‌شود، ثابت می‌ماند.

نیروی اصطکاک بین سطوحی که نسبت به هم ساکنند، نیروی اصطکاک ایستایی نامیده می‌شود. بیشترین مقدار نیروی اصطکاک ایستایی (متناظر با قله $t = 4s$ در شکل (A) z) برابر است با کمترین مقدار نیروی لازم برای اینکه جسم شروع به حرکت کند. با شروع حرکت، نیروی اصطکاک بین سطوح معمولاً کم می‌شود، یعنی نیروی کمتری لازم است تا حرکت یکنواخت را حفظ کند (متناظر با نیروی تقریباً ثابت در $t > 4s$ در شکل (A) z). نیروی اصطکاک بین سطوح متحرک نسبت به یکدیگر را نیروی اصطکاک جنبشی می‌نامند.

برای پیشینه نیروی اصطکاک ایستایی بین هر زوج سطح خشک روغنکاری نشده، دو قانون تجربی داریم: 1. این مقدار، در گستره‌ای وسیع تقریباً مستقل از مساحت ناحیه تماس است و 2. این مقدار، متناسب با نیروی عمود بر سطح است. نیروی عمود بر سطح (که گاهی آن را نیروی باز می‌نامند) از خواص کشسانی اجسام در حال تماس با هم ناشی می‌شود. چنین اجسامی هرگز بطور کامل صلب نیستند؛ اگر نیرویی بر جسمی وارد شود و جسم نتواند در جهت نیرو حرکت کند، تغییر شکل می‌دهد (فشرده یا کشیده می‌شود) و با نیروی وارد مقابله می‌کند. برای جسمی که روی یک میز افقی ساکن است یا می‌لغزد، اندازه نیروی عمود بر سطح برابر با وزن جسم است. چون جسم شتاب عمودی ندارد، میز باید نیرویی بر آن وارد کرده باشد که به طرف بالاست و اندازه آن با کشش رو به پایین زمین بر جسم، یعنی وزن جسم، برابر است.



شکل (A). (الف تا د) نیروی خارجی F که به جسم ساکنی اعمال می‌شود؛ با نیروی اصطکاک f خنثی می‌شود. f با F هم اندازه و در خلاف جهت آن است. با افزایش F ، f هم زیاد می‌شود، تا وقتی که به حداکثر معینی برسد. (ه) در این حالت، جسم "کنده می‌شود" و به طرف چپ شتاب می‌گیرد. (و) اگر بخواهیم که جسم با سرعت ثابت حرکت کند، باید نیروی F را از مقداری که درست پیش از به حرکت در آمدن جسم داشت کمتر کنیم. (ز) نتایج تجربی: نیروی F را، از حدود $t = 2s$ ، از مقدار صفر زیاد می‌کنیم و حرکت تقریباً در زمان $t = 4s$ ناگهان شروع می‌شود.

نسبت بیشترین مقدار نیروی اصطکاک ایستایی به اندازه نیروی عمودی میان دو سطح را ضریب

اصطکاک ایستایی آن سطوح می‌نامند. اگر f_s اندازه نیروی اصطکاک ایستایی باشد، می‌شود نوشت

$$f_s \leq \mu_s N \quad (1)$$

که در آن، m_s ضریب اصطکاک ایستایی و N اندازه نیروی عمودی است. تساوی فقط وقتی برقرار است

که f_s بیشترین مقدارش را داشته باشد. در مورد نیروی اصطکاک جنبشی f_k بین سطوح خشک و

روغنکاری نشده هم، دو قانون مشابه برقرار است. 1. نیروی اصطکاک جنبشی، در گستره وسیعی، تقریباً

مستقل از مساحت ناحیه تماس دو سطح است. 2. نیروی اصطکاک جنبشی متناسب با نیروی عمودی

است. نیروی اصطکاک جنبشی، تا حدود زیادی از سرعت نسبی سطوح هم مستقل است.

نسبت اندازه نیروی اصطکاک جنبشی به اندازه نیروی عمود بر سطح را ضریب اصطکاک جنبشی

می‌نامند. اگر f_k نماینده اندازه نیروی اصطکاک جنبشی باشد، داریم

$$f_k = m_k N \quad (2)$$

که در آن، m_k ضریب اصطکاک جنبشی است.

m_s, m_k ، هر دو ثابت بدون بعدند، زیرا نسبت (اندازه) دو نیرو هستند. برای هر زوج سطح، معمولاً

$m_s > m_k$ است. مقادیر واقعی m_s, m_k به چگونگی سطوح تماس بستگی دارد. در اغلب موارد می‌توان

این دو مقدار را (برای یک زوج سطح معین) در گستره وسیعی از نیروها و سرعتهایی که با آنها سر و کار

داریم، ثابت فرض کرد. هم m_s و هم m_k می‌توانند بزرگتر از یک باشند، گرچه معمولاً کوچکتر از یک

هستند. در جدول 1 مقادیر نوعی m_s, m_k برای بعضی مواد آمده است.

دقت کنید که روابط 1 و 2 فقط بین اندازه نیروی عمودی و نیروی اصطکاک برقرارند. نیروی

اصطکاک و نیروی عمود بر سطح، همواره بر هم عمودند.

جدول 1. ضرایب اصطکاک

m_k	m_s	سطوح
0/2	0/25 – 0/5	چوب بر چوب
0/4	0/9 – 1/0	شیشه بر شیشه
0/6	0/6	فولاد بر فولاد، برای سطوح تمیز
0/05	0/09	فولاد بر فولاد، برای سطوح روغنکاری شده
0/8	1/0	لاستیک بر بتون خشک
0/04	0/04	چوب اسکی موم زده بر برف خشک
0/04	0/04	تفلون بر تفلون

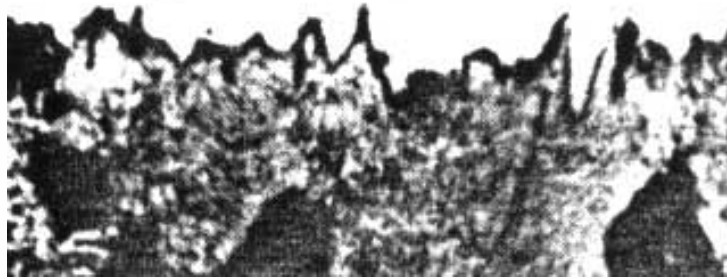
* مقادیر این جدول تقریبی هستند و فقط برای تخمین مناسبند. مقدار واقعی ضریب اصطکاک هر زوج سطح

بستگی به شرایطی از قبیل تمیز بودن سطوح، دما و رطوبت دارد.



اساس میکروسکوپی اصطکاک

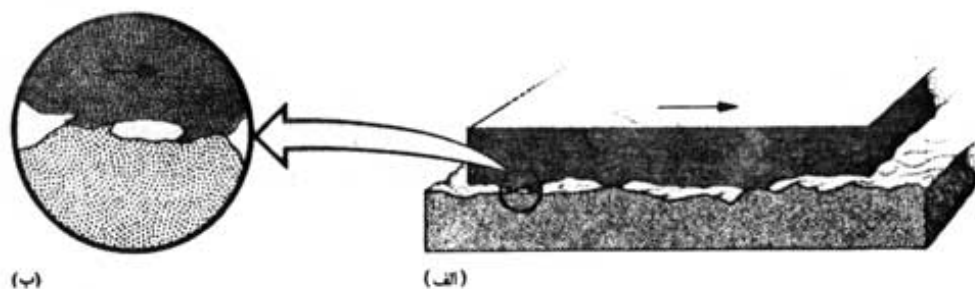
در مقیاس اتمی، صیقلی ترین سطوح هم خیلی با صفحه فرق دارند. مثلاً، شکل (B) یک نمایه واقعی از سطح فولاد فوق العاده صیقلی است، که البته، برای وضوح، خیلی خیلی درشت شده است. به راحتی می توان قبول کرد که وقتی دو جسم با هم در تماس باشند، مساحت میکروسکوپی واقعی ناحیه تماس خیلی کمتر از مساحت واقعی سطوح است؛ در مواردی نسبت این دو مساحت می تواند حتی یک بر ده هزار باشد.



شکل (B). نمایه بزرگ شده یک سطح فولادی بسیار صیقلی. ابعاد قائم بی نظمیهای سطح، چند هزار برابر قطر اتم است. برش طوری مایل انجام گرفته که مقیاس عمودی 10 برابر مقیاس افقی بزرگ شده است.

مساحت (میکروسکوپی) واقعی ناحیه تماس با نیروی عمود بر سطح متناسب است، زیرا نقاط تماس، تحت تنشهای شدیدی که در این نقاط ایجاد می شود، مثل مواد پلاستیکی تغییر شکل می دهند. در واقع بسیاری از نقاط تماس با هم "جوش سرد" می خورند. علت این پدیده، چسبندگی سطحی است: در نقاط تماس مولکولهای دو طرف چنان به هم نزدیک می شوند که می توانند نیروهای قوی بین مولکولی بر هم وارد کنند.

وقتی جسمی (مثلاً فلزی) روی جسم دیگری کشیده می‌شود، دائماً هزاران جوش کوچک شکسته می‌شود و تماسهای جدیدی برقرار می‌شود (شکل C)، و همین پدیده است که موجب مقاومت اصطکاکی می‌شود. آزمایش با ردیابهای پرتوزایی نشان داده است که در این عمل شکستن جوشها، مقادیر کوچکی از یک سطح فلزی می‌تواند کنده شود و به سطح دیگر بچسبد. اگر سرعت نسبی سطوح به قدر کافی زیاد باشد، ممکن است فلز در محل بعضی از نقاط تماس ذوب شود، اگر چه خود سطح در کل فقط کمی گرم می‌شود. همین رویدادهای "چسبیدن و لغزیدن" هستند که موقع مالش سطوح بر یکدیگر تولید صدا می‌کنند؛ مثل جیر جیر گچ روی تخته سیاه.



شکل (C). ساز و کار اصطکاک لغزشی. (الف) سطح رومی، در این نمای بزرگ، روی سطح زیری به طرف راست می‌لغزد. (ب) تصویر بزرگ شده‌ای که دو نقطه جوش سرد را نشان می‌دهد. برای شکستن این جوشها و ادامه حرکت، نیرو لازم است.

ضرب اصطکاک به متغیرهای زیادی بستگی دارد، از جمله جنس مواد، پرداخت سطوح، لایه‌های سطحی، دما و میزان ناخالصی. مثلاً، اگر دو سطح فلزی بسیار تمیز را در اتاقکی با خلأ شدید بگذاریم تا لایه سطحی اکسید نتواند تشکیل شود، ضرب اصطکاک بسیار زیاد می‌شود و دو سطح در واقع محکم

به هم "جوش می‌خورند". اگر کمی هوا وارد اتاقک کنیم، روی سطوح لایه اکسید تشکیل می‌شود و ضریب اصطکاک کم می‌شود و به مقدار "عادیش" می‌رسد.

نیروی اصطکاکی که مانع غلتیدن اجسام بر هم می‌شود، خیلی کمتر از اصطکاک لغزشی است؛ همین است که موجب مزیت چرخ بر سورتمه می‌شود. علت عمده کاهش اصطکاک این است که در غلتش، جوشهای سطحی میکروسکوپی از هم کنده و برداشته می‌شوند، در حالی که در لغزش، جوشها کشیده و بریده می‌شوند. چنین است که نیروی اصطکاک غلتشی چندین بار کوچکتر است.

مقاومت اصطکاکی در اصطکاک لغزشی خشک را با روغنکاری می‌توان به مقدار قابل توجهی کم کرد. یک نقاشی بر دیوار غاری در مصر، که زمان آن در حدود 1900 پیش از میلاد است، مجسمه سنگی بزرگی را نشان می‌دهد که روی سورتمه‌ای کشیده می‌شود و مردی در جلوی آن، روی مسیر روغن می‌ریزد. روش مؤثرتری هم وجود دارد و آن اینکه لایه‌ای از گاز بین سطوح لغزنده قرار بدهند. ریل هوایی آزمایشگاه و یاتاقان سوار بر "بالشتک گاز" دو نمونه از موارد استفاده این روش هستند. با معلق نگهداشتن اجسام به کمک نیروهای مغناطیسی، اصطکاک را از این هم می‌شود کمتر کرد. قطارهایی که (اخیراً ساخته می‌شوند) با استفاده از میدان مغناطیسی به حالت تعلیق در می‌آیند، قابلیت حرکت بسیار سریع و تقریباً بدون اصطکاک را دارند.

مثال 1. جسمی روی سطح شیب‌داری که با سطح افقی زاویه q می‌سازد ساکن است (شکل (D))

(الف). با زیاد کردن زاویه شیب، در می‌یابیم که درست در $q_s = 15^0$ لغزش شروع می‌شود. ضریب

اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح شیب‌دار چقدر است؟

حل. نیروهای وارد بر جسم، که آن را ذره در نظر می‌گیریم، در شکل (D) ب نشان داده شده

است. وزن جسم mg ، نیروی عمودی وارد بر جسم از سطح شیبدار N ، و نیروی اصطکاک وارد بر جسم

از سطح شیبدار f_s است. توجه کنید که نیروی برآیند وارد بر جسم از سطح شیبدار، $N + f_s$ ، دیگر بر

سطح تماس عمود نیست (بر خلاف حالتی که سطح بدون اصطکاک بود). چون جسم ساکن است، از

قانون دوم نیوتن نتیجه می‌شود که $\sum F = 0$. نیروها را به مؤلفه‌های x, y (به ترتیب، در راستای سطح

شیبدار و عمود بر آن) تجزیه می‌کنیم. نتیجه می‌گیریم که

$$f_s = mg \sin q \quad \text{یا} \quad \sum F_x = f_s - mg \sin q = 0 \quad \text{برای مؤلفه } x$$

$$N = mg \cos q \quad \text{یا} \quad \sum F_y = N - mg \cos q = 0 \quad \text{برای مؤلفه } y$$

در زاویه q_s ، که لغزش شروع می‌شود، f_s بیشترین مقدارش را دارد و برابر است با $m_s N$. مقادیر

بالا را به ازای q_s بدست می‌آوریم و بر هم تقسیم می‌کنیم. نتیجه می‌شود.

$$\frac{f_s}{N} = \frac{mg \sin q_s}{mg \cos q_s} = \tan q_s$$

یا

$$m_s = \tan q_s = \tan 15^\circ = 0.27$$

بنابراین، سنجش زاویه‌ای که لغزش از آن آغاز می‌شود، روش تجربی ساده‌ای برای تعیین ضریب

اصطکاک ایستایی بین سطوح است. توجه کنید که نتیجه کار مستقل از وزن جسم است.

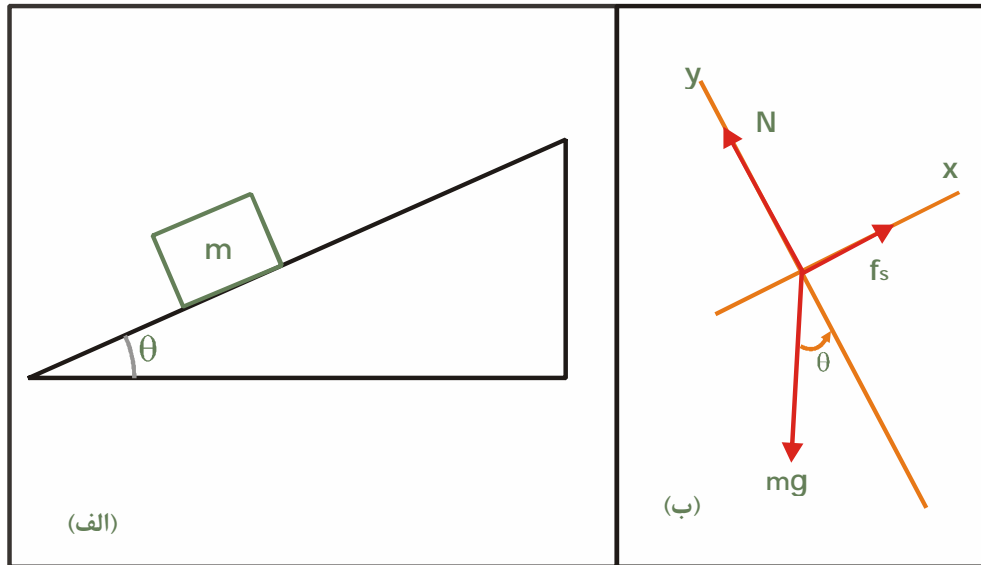
با استدلال مشابهی می‌توانید نشان بدهید که زاویه سطح شیبدار q_k ، که به ازای آن جسم (که

قبلاً با ضربه کوچکی به راه افتاده است) با سرعت ثابت به پایین می‌لغزد، از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$m_k = \tan q_k$$

که $q_k < q_s$ است. به کمک خط کش می شود تاثرات زاویه شیب را اندازه گرفت؛ به این ترتیب،

می توانید m_k, m_s را برای سکه ای که از روی کتابتان به پایین می لغزد تعیین کنید.



شکل (D). مثال 1. (الف) جسمی که روی سطح شیبدار ناهمواری ساکن است. (ب) نمودار جسم - آزاد این جسم.

مثال 2. اتومبیلی با سرعت v_0 روی جاده افقی مستقیمی حرکت می کند. اگر ضریب اصطکاک

ایستایی میان لاستیک و جاده m_s باشد، کمترین مسافت لازم برای توقف اتومبیل چقدر است؟

حل. شکل (E) نیروهای وارد بر اتومبیل را نشان می دهد. فرض می کنیم اتومبیل در جهت مثبت

x حرکت می کند. اگر f_s را ثابت بگیریم، حرکت با شتاب ثابت کند می شود.

از رابطه

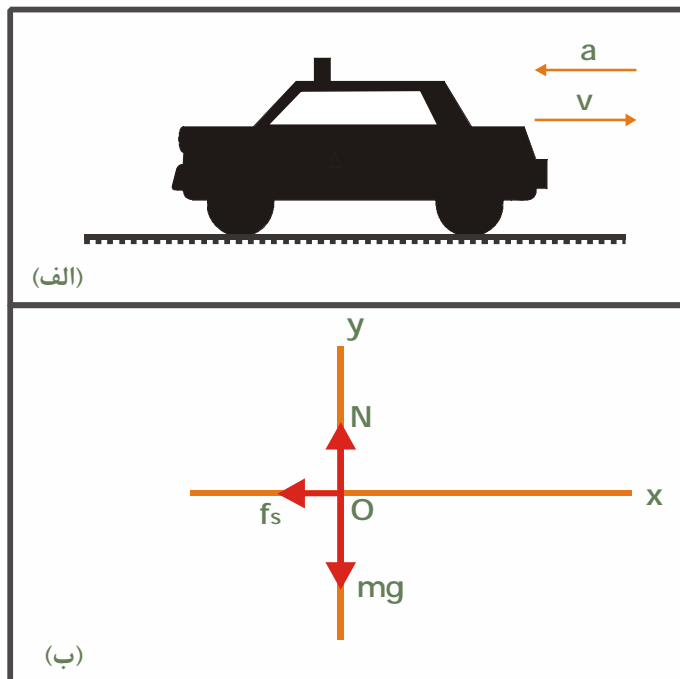
$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

با انتخاب مکان اولیه $x_0 = 0$ و سرعت نهایی $v = 0$ ، نتیجه می‌شود که

$$x = -\frac{v_0^2}{2a}$$

x مسافت توقف است، که طی آن سرعت از v_0 به 0 می‌رسد. چون a منفی است، x ، چنان که انتظار

می‌رود، مثبت است.



شکل (E). مثال 2. (الف) اتومبیلی با شتاب کند کننده. (ب) نمودار جسم- آزاد اتومبیل با شتاب کند کننده. که به

عنوان ذره در نظر گرفته می‌شود. برای سادگی، نقطه اثر همه نیروها را در یکجا می‌گیریم: در واقع، سه نیرویی که در شکل

مشخص شده‌اند، مجموع نیروهای هستند که بر هر یک از چهار چرخ اتومبیل وارد می‌شوند.

برای تعیین a ، قانون دوم نیوتن را برای مؤلفه‌های شکل (E) بکار می‌بریم:

مؤلفه x : $\sum F_x = -f_s = ma$ یا $a = -f_s / m$

مؤلفه y : $\sum F_y = N - mg = 0$ یا $N = mg$

بنابراین

$$f_s = m_s N = m_s mg$$

این مقادیر را در عبارت a جایگذاری می‌کنیم، نتیجه می‌شود که

$$a = -\frac{f_s}{m} = -\mu_s g$$

به این ترتیب، مسافت توقف برابر است با

$$x = -\frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2m_s g}$$

هر چه سرعت اولیه بیشتر باشد، مسافت بیشتری برای توقف لازم است؛ در واقع، این مسافت با

مجذور سرعت اولیه متناسب است. همچنین، هر چه ضریب اصطکاک میان سطوح بیشتر باشد، مسافت

کمتری برای توقف لازم است.

در این مثال ضریب اصطکاک ایستایی را به کار بردیم نه ضریب اصطکاک جنبشی را، زیرا فرض

کرده‌ایم که لاستیکها روی جاده نمی‌لغزند. به علاوه، فرض کرده‌ایم که بیشترین مقدار نیروی اصطکاک

ایستایی ($f_s = m_s N$) وارد می‌شود، زیرا می‌خواسته‌ایم کمترین مسافت توقف را پیدا کنیم. اگر نیروی

اصطکاک ایستایی کوچکتر باشد، روشن است که مسافت توقف بیشتر می‌شود. روش صحیح ترمز کردن

برای توقف در کمترین مسافت، آن است که حرکت اتومبیل را درست در آستانه لغزش نگه داریم.

(اتومبیلهای مجهز به سیستم ضد قفل ترمز، خودبخود چنین وضعیتی را فراهم می‌کنند.) اگر سطح جاده

صاف باشد و پدال ترمز را تا ته فشار بدهیم، ممکن است لغزش رخ بدهد. در این حالت، m_k جانشین m_s

می‌شود و مسافت لازم برای توقف بیشتر می‌شود، زیرا m_k از m_s کوچکتر است.

به عنوان مثالی مشخص، اگر $v_0 = 60 \text{ mi/h} = 27 \text{ m/s}$ و $m_s = 0/60$ باشد (که معمولاً هم در

همین حدود است) نتیجه می شود

$$x = \frac{v_0^2}{2\mu_s g} = \frac{(27 \text{ m/s})^2}{2(0/60)(9/8 \text{ m/s}^2)} = 62 \text{ m}$$

توجه کنید که این نتیجه مستقل از جرم اتومبیل است. در اتومبیلهایی که موتورشان در جلوست

ولی نیرو را به چرخ عقب منتقل می کنند، هنگام رانندگی در جاده های برفی اغلب سعی می کنند "

چرخهای عقب را سنگینتر کنند"، یعنی مثلاً صندوق عقب را بار می کنند تا ایمنی رانندگی بیشتر شود.

این تجربه را چگونه می توان با نتیجه ما - مبنی بر مستقل از جرم بودن مسافت توقف - سازگار کرد؟

گردونه

در بسیاری از پارکهای تفریحی وسیله ای به نام گردونه وجود دارد. گردونه فضای استوانه ای

توخالی است که می شود آن را حول محور قائم مرکزی استوانه به چرخش در آورد. شخص وارد گردونه

می شود، در را می بندد و کنار دیواره می ایستد. گردونه شروع به چرخیدن می کند و به تدریج سرعتش

زیاد می شود. در یک سرعت معین، "کف" زیر پای شخص به پایین می رود و حفره عمیقی زیر پای او

ظاهر می شود. این شخص البته نمی افتد، بلکه "میخکوب" به دیواره گردونه باقی می ماند. کمترین سرعت

گردونه که می تواند شخص را میخکوب نگه دارد چقدر است؟



شکل (H) نیروهای وارد بر شخص را نشان می‌دهد. وزن شخص mg است. نیروی اصطکاک

ایستایی میان شخص و دیواره گردونه f_s است و N نیروی عمود بر سطحی است که دیواره بر شخص

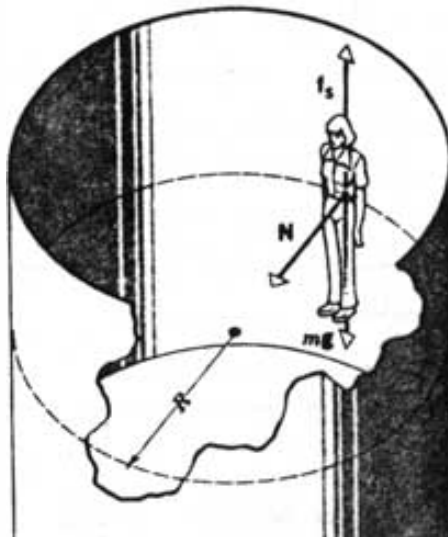
وارد می‌کند. (خواهیم دید که همین نیرو، نیروی مرکزگرای لازم است.)

اینجا هم، مانند محاسبه قبل، نیروها را به مؤلفه‌های شعاعی و قائم تجزیه می‌کنیم. جهت مثبت

محور z را رو به بالا می‌گیریم؛ اگر قرار باشد شخص نیفتد، در راستای z نباید شتابی داشته باشیم. از

مؤلفه z قانون دوم نیوتن نتیجه می‌شود که

$$\sum F_z = f_s - mg = ma_z = 0$$



شکل (H). گردونه. نیروهای وارد بر شخص مشخص شده‌اند.

شعاع گردونه را R و سرعت مماسی شخص را v می‌گیریم. شتاب شعاعی شخص v^2/R است؛

بنابراین، مؤلفه شعاعی قانون دوم نیوتن را می‌توان چنین نوشت

$$\sum F_r = -N = ma_r = \frac{-mv^2}{R}$$

توجه کنید که، در این مورد، N همان نیروی مرکزگراست. اگر ضریب اصطکاک ایستایی میان

شخص و دیواره باشد، برای اینکه درست در آستانه لغزش باشیم، باید $f_s = m_s N$ باشد. پس می‌توانیم

بنویسیم

$$f_s = mg = \mu_s N = \frac{\mu_s mv^2}{R}$$

یا

$$v = \sqrt{\frac{gR}{\mu_s}} \quad (3)$$

این معادله، ضریب اصطکاک لازم برای جلوگیری از لغزش را به سرعت مماسی جسمی که واقع بر

دیواره است مربوط می‌کند. توجه کنید که این نتیجه بستگی به وزن شخص ندارد.

عملاً، ضریب اصطکاک بین پارچه لباس شخص و دیواره گردونه (با روکشی از جنس کرباس) در

حدود 0/40 است. شعاع گردونه هم، نوعاً $2m$ است؛ بنابراین، v باید حداقل در حدود $7m/s$ باشد.

محیط مسیر دایره‌ای $2pR = 12/6m$ است؛ با سرعت $7m/s$ ، طی یک دور کامل

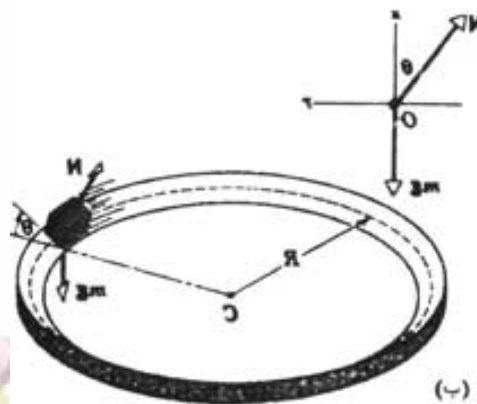
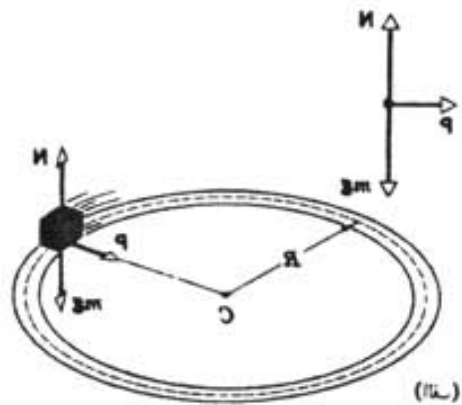
$$t = \frac{12/6m}{7m/s} = 1/80s \text{ طول می‌کشد. بنابراین، آهنگ دوران گردونه باید } s/\text{دور} = 0/56, \text{ یا } \frac{1}{1/80s}$$

در حدود $33rpm$ ، باشد، که همان سرعت چرخش گرامافونهای معمولی است.



پیچ با شیب عرضی

فرض کنید که جسم شکل (M) اتومبیل یا قطاری است که با سرعت ثابت v در جاده‌ای افقی حرکت می‌کند و در پیچی به شعاع خمش R می‌پیچد. علاوه بر دو نیروی قائم، یعنی وزن mg و نیروی عمودی N ، یک نیروی افقی P هم باید بر اتومبیل وارد شود. نیروی P همان نیروی مرکز‌گرایی لازم برای حرکت بر دایره است. در مورد اتومبیل، این نیرو از اصطکاک جانبی که جاده بر چرخها اعمال می‌کند تأمین می‌شود؛ در مورد قطار، نیرو را ریل بر لبه‌های درونی چرخها وارد می‌کند. در مورد



شکل (M) . (الف) جاده افقی. نمودار جسم - آزاد یک جسم متحرک در طرف چپ شکل آمده است. نیروی مرکز‌گرا باید از اصطکاک میان چرخها و جاده تأمین شود. (ب) جاده با شیب عرضی. برای پیچیدن ایمن در پیچ، اصطکاک ضرورتی ندارد.

هیچ یک از این دو نیرو، نمی‌شود اطمینان داشت که همیشه مقدارشان کافی است و هر دو نیرو هم باعث فرسایش غیر ضروری لاستیکها یا چرخها می‌شوند. به همین دلیل، مسیر را در پیچها با شیب عرضی می‌سازند؛ (شکل M ب). در این صورت، نیروی عمودی N ، هم مثل حالت قبل یک مؤلفه عمودی دارد و هم یک مؤلفه افقی که نیروی مرکزگرای لازم برای حرکت دایره‌ای یکنواخت را تأمین می‌کند. به این ترتیب، در مسیرهایی که بطور مناسب برای عبور وسایل نقلیه با سرعت معین طراحی شده باشند، نیروی جانبی دیگری لازم نیست. برای محاسبه زاویه مناسب θ ، در غیاب اصطکاک، می‌توانیم چنین عمل کنیم: طبق معمول، با قانون دوم نیوتن شروع می‌کنیم و به نمودار جسم-آزاد شکل (M ب) برمی‌گردیم. شتاب قائم نداریم؛ بنابراین برای مؤلفه قائم نتیجه می‌شود که

$$\sum F_z = N \cos q - mg = ma_z = 0$$

مؤلفه شعاعی نیروی عمود بر سطح $-N \cos q$ است و مؤلفه شعاعی شتاب v^2 / R - . بنابراین،

از مؤلفه شعاعی قانون دوم نیوتن خواهیم داشت

$$\sum F_r = -N \sin q = ma_r = -mv^2 / R$$

و از تقسیم این دو معادله بر هم نتیجه می‌شود

$$\tan q = v^2 / Rg \quad (4)$$

توجه کنید که زاویه مناسب شیب بستگی به سرعت اتومبیل و خمش جاده دارد و مستقل از جرم اتومبیل است؛ یعنی در یک شیب مناسب برای یک سرعت معین، انواع اتومبیلها می‌توانند با ایمنی حرکت کنند. شیب عرضی جاده را، برای یک خمش معین، بر اساس سرعت متوسطی که انتظار می‌رود طرح می‌کنند. معمولاً سر هر پیچ علامتی وجود دارد که سرعت مناسب، یعنی سرعتی را که شیب

عرضی برای آن طرح شده است، مشخص می‌کند. اگر سرعت اتومبیل از این مقدار بیشتر شود، نیروی

مرکزگرای اضافی را باید اصطکاک میان چرخها و جاده تأمین کند تا بتوان پیچ را به سلامت طی کرد.

فرمول شیب عرضی را در حالت‌های حدی $v=0, v \rightarrow \infty, R$ بزرگ و R کوچک بررسی کنید. به

این هم توجه کنید که اگر معادله (4) را برای v حل کنیم، همان نتیجه‌ای حاصل می‌شود که برای سرعت

وزنه آونگ مخروطی بدست آمد.

