

تکانه خطی یک دستگاه ذرات

فرض کنید که به جای تنها یک ذره، دستگاهی متشکل از n ذره با جرمهای m_1, m_2, \dots داشته باشیم. همچنین فرض می‌کنیم که هیچ جرمی به دستگاه وارد و یا از آن خارج نمی‌شود، به گونه‌ای که M جرم دستگاه (مساوی با $\sum m_i$) نسبت به زمان ثابت می‌ماند. در اینجا ممکن است ذرات با یکدیگر بر هم کنش داشته باشند و ممکن است به آنها نیروهای خارجی نیز وارد شود. هر ذره سرعت و تکانه دارد. مثلاً، ذره 1 با جرم m_1 و سرعت v_1 دارای تکانه $p_1 = m_1 v_1$ است. در هر چارچوب مرجع خاص، دستگاه دارای تکانه کل P است که بنا به تعریف برابر است با حاصلجمع برداری تکانه‌های هر یک از ذرات در آن چارچوب مرجع، یعنی:

$$P = p_1 + p_2 + \dots + p_n \quad (1)$$

$$= m_1 v_1 + m_2 v_2 + \dots + m_n v_n$$

طرف راست این معادله را قبلاً دیدیم با Mv_{cm} برابر است.

$$P = Mv_{cm} \quad (2)$$

که تعریف هم‌ارزی برای تکانه یک دستگاه ذرات است. معادله (2) بیانگر این است که تکانه کل هر دستگاه ذرات برابر است با حاصلضرب جرم کل دستگاه در سرعت مرکز جرم آن.

با فرض ثابت بودن جرم کل مجموعه اگر از دو معادله فوق یکبار نسبت به زمان مشتق بگیریم

خواهیم داشت:

$$\frac{dP}{dt} = M \frac{dv_{cm}}{dt} = F_{cm} = f_1 + f_2 + \dots + f_n$$

معادله فوق نشان می‌دهد که وقتی می‌خواهیم حرکت کلی یک مجموعه را بررسی کنیم نیروی

برآیندی که باعث نحوه حرکت مرکز جرم می‌شود از برآیند نیروهایی که به تک تک ذرات مجموعه وارد

می‌شود بدست می‌آید. قبلاً دیدیم که نیروهایی که به ذرات مختلف وارد می‌شود را نمی‌توان برآیند

گرفت بلکه باید نقطه اثر نیروها برای برآیند گرفتن یکی باشد، اما وقتی سخن از حرکت مرکز جرم به

میان می‌آید ما آزادانه نیروهایی که به ذرات مختلف مجموعه وارد می‌شود را با هم جمع می‌کنیم و

برآیند این نیروها حرکت مرکز جرم را توصیف می‌کند.

